

## Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos (curso JAIA 2001)

Ana L. C. Bazzan

Instituto de Informática, UFRGS  
{bazzan@inf.ufrgs.br}



## Roteiro

- ◆ Bibliografia do curso
- ◆ Sistemas Multiagente
- ◆ Teoria dos Jogos
- ◆ Aplicações de Teoria dos Jogos em Coordenação de Agentes

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Roteiro

- ◆ Bibliografia do curso
- ◆ Sistemas Multiagente
- ◆ Teoria dos Jogos
- ◆ Aplicações de Teoria dos Jogos em Coordenação de Agentes

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Roteiro

- ◆ Teoria dos Jogos
  - Introdução, definições, questões relevantes
  - Jogos com 2 participantes
  - Jogos que não interessam à TJ
  - História
  - Terminologia
  - Racionalidade
  - Teoria da Utilidade
  - Taxonomia da Teoria dos Jogos
  - Formas de um jogo

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Roteiro

- ◆ Teoria dos Jogos (cont.)
  - Estratégias pura e mista
  - Tipos de jogos e conceitos de solução
  - Jogos não cooperativos
  - Jogos cooperativos e barganha
  - Jogos evolutivos
  - Dilema do prisioneiro

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria dos Jogos - Introdução

- ◆ Você leu o jornal hoje???
  - lutas armadas ou guerras
  - decisões sobre o orçamento brasileiro: onde investir?
  - preço da gasolina
  - aquisição de firmas
  - ...
- ◆ Exemplo
  - gov. estadual => {negociar, não negociar}
  - polícia militar => {greve, não greve}

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria dos Jogos - Introdução

### ◆ CONFLITOS DE INTERESSE

- pessoas e grupos
- firmas e nações (corrida armamentista, protocolo de Kyoto!)

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria dos Jogos - Definições

- ◆ TJ: abordagem interdisciplinar para o estudo do comportamento humano (distinta de sociologia, psicologia, antropologia)
- ◆ Disciplinas envolvidas: matemática, economia, ciências sociais e comportamentais
- ◆ **Jogo**: modelo teórico de conflitos de interesse (decisões possíveis, resultados possíveis) entre duas ou mais pessoas que tem motivações conflitantes
- ◆ **Teoria dos Jogos**: meios para analisar os conflitos

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria dos Jogos - Questões

- ◆ O que significa *racionalidade* no cenário onde o ganho depende das escolhas de outros (jogadores)? e no caso da informação ser incompleta?
- ◆ No caso de jogos que permitem ganho/perda mútua, é racional *cooperar* para atingir ganho/evitar perda? É melhor agir agressivamente procurando o ganho individual em detrimento do ganho mútuo?
- ◆ Se a resposta acima for “as vezes”, quando a agressividade é racional? E a cooperação?
- ◆ Há diferença entre encontros duradouros e únicos?

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria dos Jogos - Questões

- ◆ Regras morais de cooperação podem emergir espontaneamente a partir de interações de egoístas racionais?
- ◆ Qual é a relação/diferença entre comportamento humano real e comportamento racional? Existe?
- ◆ Se há diferença, qual a consequência? As pessoas são mais cooperativas do que racionais? Mais agressivas?

**TUDO ISTO É IMPORTANTE NO *DESIGN* DE SISTEMAS MULTIAGENTES! PORQUE?**

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria dos Jogos - Introdução

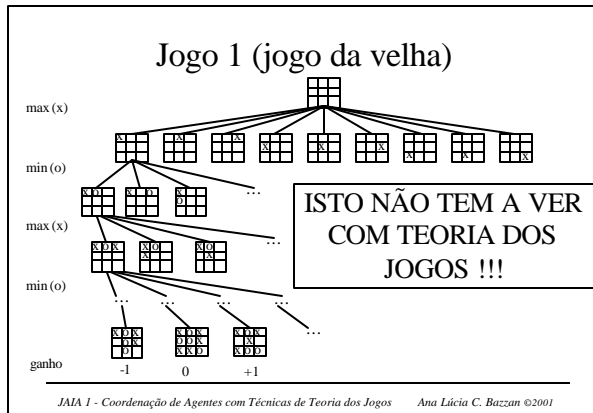
- ◆ **“solução” do jogo**: melhor forma de jogar para cada indivíduo envolvido
- ◆ **tipos de jogos**
  - recreativos: pôquer, monopólio, jogo da velha
  - tabuleiro: xadrez, damas, gamão, etc.
  - problemas econômicos, políticos e sociológicos
  - metáforas: hawk-and-dove, chicken, tragedy-of-commons, majority rule, battle-of-sexes, prisoner's dilemma

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria dos Jogos - Introdução

- ◆ **2 jogadores**
  - estado inicial (posição na árvore, quem move)
  - definição dos movimentos legais de cada jogador
  - teste de término
  - função de ganho (*payoff* ou *utility*)

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001



### Teoria dos Jogos - História

- ◆ 1920's + 1930's
  - Borel: *Applications aux jeux de hasard*
  - von Neumann: *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*
- ◆ 1940's
  - WWII: modelagem de conflitos militares
  - von Neumann and Morgenstern: *Theory of Games and Economical Decisions*

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos    Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

### Teoria dos Jogos - História

- ◆ 1950's (década de ouro)
  - conflitos humanos, guerra fria: barganha e mediação
  - Kuhn and Tucker; Drescher, Tucker and Wolfe: *Contributions to the Theory of Games I-IV*
  - Nash: *The Bargaining Problem; Non-Cooperative Games; Two-Person Cooperative Games*
  - Shapley: *A Value for n-Person Games*
  - Luce and Raiffa: *Games and Decisions*

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos    Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

### Teoria dos Jogos - História

- ◆ 1960's
  - desencanto :-)
  - Lucas: *A Counterexample in Game Theory; A game with no solution*
- ◆ 1970's
  - teoria dos jogos evolutiva (Maynard-Smith)

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos    Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

### Teoria dos Jogos - História

- ◆ 1994
  - reconhecimento: Nobel de Economia para Nash, Selten e Harsanyi
- ◆ presente
  - fim da idéia de panacéia
- ◆ futuro
  - brilhante se conseguir atingir/integrar o lado social !

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos    Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

### Teoria dos Jogos - Terminologia

- ◆ jogadores = participantes do jogo
- ◆ movimentos = decisões disponíveis aos jogadores (simultaneamente ou não); são seguidos de uma ação, resultando em um ganho (outcome, payoff, utility); pode ser um evento probabilístico
- ◆ movimento = ponto de decisão (com ou sem probabilidade associada)
- ◆ escolha = uma alternativa particular escolhida

JAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos    Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria dos Jogos - Terminologia

- ◆ jogada = sequência de escolhas
- ◆ estratégia = descrição das decisões a tomar em todas as situações possíveis
- ◆ *payoff* / *utility* / ganho = valor ou pagamento de uma ação (pontos, \$, etc.) ou ainda uma expressão de preferência

JAIÁ 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Racionalidade

- ◆ Racionalidade: ligação entre a economia clássica e a TJ
- ◆ Idéia da economia clássica: seres humanos são absolutamente racionais nas suas escolhas, ou seja, maximizam seus ganhos ou benefícios (ex.: procura de preços menores)
- ◆ Alocação ótima de recursos:
  - diminui o conjunto de possibilidades (mais fácil prever comportamento racional que irracional!)
  - critério para avaliação da eficiência de um sistema econômico (exemplos: custos maiores que benefícios; poluição; pesca predatória; poucos recursos para pesquisa)

JAIÁ 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Racionalidade

- ◆ Consequência: um indivíduo não precisa levar em consideração *cada* indivíduo do sistema, mas apenas sua própria necessidade e as “condições do sistema”
- ◆ Problemas: limitação da aplicabilidade da teoria (ex.: quando a competição é restrita)
- ◆ Na teoria dos jogos: indivíduos interagem diretamente
- ◆ Jogo é uma metáfora para interações na sociedade
- ◆ Quanto pode ser dito?
  - na economia clássica: maximizar ganho
  - na TJ: resultado depende de escolhas de outros (maior complexidade)

JAIÁ 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria da Utilidade

- ◆ *utility theory*
- ◆ *utility*: conceito introduzido por v. Neumann e Morgenstern; indica uma preferência
  - ir ao cinema :  $u(C)=4$
  - ir ao jogo de futebol:  $u(F)=2$
  - $u(C) > u(F) \Rightarrow$  cinema
- ◆ teoria da utilidade é uma teoria de decisão
  - decisão sob: risco, certeza, incerteza

JAIÁ 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria da Utilidade

- sob certeza: uma ação acarreta um determinado ganho (com 100% de certeza)
- sob incerteza: todas as ações possíveis levam a um conjunto de ganhos possíveis mas as probabilidades associadas são desconhecidas
- sob risco: cada ação leva a um ganho (dentro de um conj. de ganhos possíveis), cada um associado a uma dada probabilidade (ex.: \$10 se cara e \$5 se coroa - 50%-50%)
  - cjt. de ações:  $a_1, a_2, \dots, a_n$  com probabilidades  $p_1, p_2, \dots, p_n$
  - ganho esperado:  $b = a_1p_1 + a_2p_2 + \dots + a_np_n$

JAIÁ 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Teoria dos Jogos - Taxonomia

- ◆ soma
  - jogos de soma zero: soma dos *payoffs* dos participantes é zero (Nim, pôquer, etc)
  - jogos de soma não zero (dilema do prisioneiro, etc.)
- ◆ informação
  - jogos com informação perfeita: a cada jogada, todos os jogadores tem conhecimento das jogadas que já ocorreram (jogo da velha, Nim, etc.)
  - jogos com informação imperfeita: conhecimento é parcial (pôquer)

JAIÁ 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

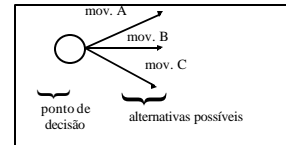
## Teoria dos Jogos - Taxonomia

- ◆ número de jogadores
  - dois jogadores
  - mais de dois jogadores
- ◆ cooperação
  - jogos cooperativos
  - jogos não cooperativos

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Formas do Jogo

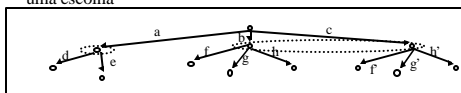
- ◆ Forma extensiva (árvore do jogo)



JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Forma Extensiva

- teoricamente: jogo de informação perfeita => sempre se pode desenhar a árvore e escolher a melhor estratégia
- prática: complexidade associada (embaralhar cartas => 52! ramos)
- hipótese da racionalidade
- conjuntos de informação: o que cada jogador sabe quando faz uma escolha



jog. I só sabe se jog. II escolheu 'a' ou não

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Jogo 2

- ◆ Nim:
  - palitos em 2 pilhas
  - dois jogadores se revezam retirando palitos (pelo menos um) da mesma pilha
  - perdedor: aquele que retirar o último palito

☞ Fazer a árvore do Nim!

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Formas do Jogo (cont.)

- ◆ Forma normal (matriz de payoff)
  - listar todas as estratégias para cada jogador
  - listar os ganhos dos jogadores em cada situação
  - exemplo 1: Nim com 4 palitos
    - jog. I tem 3 estratégias:
      - I<sub>1</sub>: tirar 1 caneta no caso (=,=) e 1 no caso (=, )
      - I<sub>2</sub>: tirar 1 caneta no caso (=,=) e 2 no caso (=, )
      - I<sub>3</sub>: tirar 2 canetas no caso (=,=)
    - jog. II tem 6 estratégias:
      - II<sub>1</sub>: tirar 2 canetas no caso (=, ) e 1 da pilha menor no caso (=,-)
      - II<sub>2</sub>: tirar 2 canetas no caso (=, ) e 1 da pilha maior no caso (=,-)
      - ...

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Forma Normal

- matriz de payoff do Nim:

	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>	II <sub>3</sub>	II <sub>4</sub>	II <sub>5</sub>	II <sub>6</sub>
I <sub>1</sub>	1	1	-1	-1	-1	-1
I <sub>2</sub>	-1	-1	1	1	1	1
I <sub>3</sub>	1	1	-1	-1	-1	-1

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Jogo 3

### ◆ Pôquer simplificado

- dois tipos de cartas: ás e dois
- dois jogadores: I e II
- pagam \$1 para jogar
- I dá uma carta para II
- II olha:
  - se for um ás, II diz ás
  - se for um dois, II pode:
    - dizer ás: II põe outro \$1 e I pode desistir ou pagar \$1 para ver (neste caso as cartas são mostradas e II ganha se tiver o ás de fato)
    - dizer dois: perde o jogo

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Forma Normal

### - exemplo 2: pôquer modificado

- jogador II tem 2 estratégias:
  - $\Pi_1$ : não blefar
  - $\Pi_2$ : blefar
- jogador I tem 2 estratégias:
  - $I_1$ : acredita no jog. II
  - $I_2$ : não acredita no jog. II
- matriz de payoff:

	$\Pi_1$	$\Pi_2$
$I_1$	0	-1
$I_2$	-1/2	0

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Estratégias Puras e Mistas

- ◆ pura: estratégia que não envolve experimentos aleatórios
- ◆ mista: envolve aleatoriedade (pôquer: melhor não blefar sempre, nem dizer sempre a verdade)

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Estratégias Puras e Mistas

### ◆ cálculo do *payoff* envolvendo estratégias mistas:

- 2 jogadores (I e II)
- $n$  estratégias para I e  $m$  para II
- conjunto de estratégias mistas (para I):  $n$ -tupla  $\mathbf{a} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  onde  $x_i \geq 0$  e  $i=1,2,\dots,n$  e  $\sum x_i = 1$
- similar para II:  $m$ -tupla  $\mathbf{b} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$
- $x_i$  é a probabilidade de I escolher a estratégia  $n$
- *payoff* esperado para I se este usar  $\mathbf{a} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e II usar  $\mathbf{b} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ :  $e(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i * e_{ij} * y_j$

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma zero: Teorema Minimax

- ◆ definições:
  - $V_L = \max \min e(\mathbf{a}, \mathbf{b})$
  - $V_U = \min \max e(\mathbf{a}, \mathbf{b})$
- ◆ estratégias mistas: qual é a melhor estratégia para I (a que garante pelo menos  $V_L$ ) e para II (a que garante que I não vai receber mais do que  $V_U$ )?
- ◆ solução ótima de um **jogo 2x2 com soma zero**:  
 $V_L = \max \min e(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \min \max e(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = V_U$

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma zero: Teorema Minimax

- ◆ solução ótima de um **jogo 2x2 com soma zero**:  
 $V_L = \max \min e(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \min \max e(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = V_U$
- ◆ exemplo 1: Nim  
 $V_L = \max \min e(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -1 = \min \max e(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = V_U$ 
  - estratégia ótima: II joga  $\Pi_6$  e I joga  $I_1$  ou  $I_2$  ou  $I_3$

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\Pi_4$	$\Pi_5$	$\Pi_6$
$I_1$	1	1	1	1	1	-1
$I_2$	1	1	1	1	1	-1
$I_3$	1	1	1	1	1	-1

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma zero: Teorema Minimax (cont.)

- ◆ exemplo 2: pôquer modificado
  - $V_L = -1/2 < 0 = V_U$  !!!
  - estratégia ótima não é pura (é preciso jogar aleatoriamente)

	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>	
I <sub>1</sub>	0	1	-1
I <sub>2</sub>	-1/2	0	-1/2
	0	0	

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Estratégias Puras e Mistas (cont.)

- ◆ Pôquer modificado (cont.)
  - quais são as proporções de I<sub>1</sub> e I<sub>2</sub> ou seja qual é  $\mathbf{a}^* = (x^*, 1-x^*)$  ?
  - $\mathbf{a}^* = (x^*, 1-x^*)$  deve ser ótima contra II<sub>1</sub> e II<sub>2</sub>
  - logo:  $x0 + (1-x)(-1/2) = x(-1) + (1-x)0 \Rightarrow x^* = 1/3$  e  $\mathbf{a}^* = (1/3, 2/3)$
  - jogando  $\mathbf{a}^* = (1/3, 2/3)$ , I obtém pele menos  $e = -1/3$ , independente da estratégia de II (tente para qualquer y!)
  - se  $\mathbf{a}^* = (1/3, 2/3)$  é ótima e garante  $e = -1/3$  para I,  $V_L = V_U = -1/3$

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Estratégias Puras e Mistas (cont.)

- ◆ Pôquer modificado (cont.)
  - como deve jogar II (qual é  $\mathbf{b}^*$  ?)
  - $y^* = 2/3$  e  $\mathbf{b}^* = (2/3, 1/3)$
  - solução para o pôquer modificado:
    - I joga I<sub>1</sub> 1/3 das vezes e I<sub>2</sub> 2/3 das vezes
    - II joga II<sub>1</sub> 2/3 das vezes e II<sub>2</sub> 1/3 das vezes
    - payoff esperado para I é  $e = -1/3$
- ◆ problema: quando o jogo não é repetido (a estratégia mista seleciona uma estratégia pura)

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma zero: Teorema Minimax

- ◆ 2PZSG
- ◆ 2 x 2 (dois jogadores, duas estratégias cada, sem dominação)
- ◆ solução em estratégias mistas
- ◆ matriz de *payoff*:
 

	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>
I <sub>1</sub>	a <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>
I <sub>2</sub>	a <sub>21</sub>	a <sub>22</sub>
- ◆ *payoff* esperado:  $v = e(\mathbf{a}^*, II_1) = x a_{11} + (1-x)a_{21} = e(\mathbf{a}^*, II_2) = x a_{12} + (1-x)a_{22}$

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma zero: Teorema Minimax

- ◆ payoff esperado:  $v = e(\mathbf{a}^*, II_1) = x a_{11} + (1-x)a_{21} = e(\mathbf{a}^*, II_2) = x a_{12} + (1-x)a_{22}$
- ◆ logo: 
$$v = \frac{a^{11}a^{22} - a^{21}a^{12}}{a^{22} - a^{12}}$$
- ◆ estratégias mistas:

$$\mathbf{a}^* = \frac{a^{22} - a^{21}}{a^{22} - a^{12}} \quad \mathbf{b}^* = \frac{a^{22} - a^{12}}{a^{22} - a^{12}}$$

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Estratégia Dominante

- ◆ exemplo de um jogo 3 x 5
  - II<sub>4</sub> e II<sub>5</sub> são iguais: eliminar II<sub>5</sub>
  - II<sub>4</sub> e II<sub>1</sub>: II<sub>4</sub> é sempre pior para II não importa a estratégia de I (II<sub>1</sub> domina II<sub>4</sub>): eliminar II<sub>4</sub>
  - II<sub>2</sub> domina II<sub>3</sub>
  - II<sub>1</sub> domina II<sub>2</sub>
  - solução do jogo: I joga I<sub>1</sub> e II joga II<sub>1</sub> com *payoff* 4
- ◆ teorema: se uma estratégia dominada é removida do jogo, a solução do jogo é a mesma do jogo original

	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>	II <sub>3</sub>	II <sub>4</sub>	II <sub>5</sub>
I <sub>1</sub>	4	4	4	4	4
I <sub>2</sub>	4	4	4	4	4
I <sub>3</sub>	4	4	4	4	4

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma zero: Equilíbrio

- ◆  $\mathbf{a}^*$  e  $\mathbf{b}^*$  tem a propriedade: se ambos jogadores I e II utilizam  $\mathbf{a}^*$  e  $\mathbf{b}^*$ , então não vale a pena para I e II desviarem destas estratégias (Nash Equilibrium)

	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>	II <sub>3</sub>
I <sub>1</sub>	-0.3	-0.6	-0.6
I <sub>2</sub>	0	0.05	0.6
I <sub>3</sub>	0	-0.5	0

- ◆ exemplo 1:
  - estratégia ótima por dominação: I<sub>2</sub> domina I<sub>1</sub> e I<sub>3</sub> e (jogo reduzido) II<sub>1</sub> domina II<sub>2</sub> e II<sub>3</sub>
  - $e=0$  com I jogando I<sub>2</sub> e II jogando II<sub>1</sub>
  - se I jogar I<sub>3</sub>, não se sairá melhor; se II jogar II<sub>2</sub>, também não

JAA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma zero: Equilíbrio

- ◆ exemplo 2:
  - dois equilíbrios: (I<sub>1</sub>, II<sub>1</sub>) e (I<sub>1</sub>, II<sub>3</sub>)

	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>	II <sub>3</sub>
I <sub>1</sub>	1	4	1
I <sub>2</sub>	0	2	-1

- ◆ exemplo 3 (jogo de coordenação)

JAA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma zero: Equilíbrio

- ◆ teoremas:
  - se  $(\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1)$  e  $(\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_2)$  são equilíbrios, então  $e(\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1) = e(\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_2)$
  - se  $(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*)$  é um par de estratégias, então  $(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*)$  é um equilíbrio sss  $(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*, e(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*))$  é a solução do jogo

JAA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma não-zero: Equilíbrio

- ◆ 2PNZSG:
  - $payoff$  de I +  $payoff$  de II  $\neq$  zero
  - representação: par (3,4) onde 3= $payoff$  de I e 4= $payoff$  de II
  - estratégia maxmin não necessariamente é o equilíbrio do jogo e vice-versa
  - equilíbrios não tem o mesmo  $payoff$
  - conceito de solução menos óbvio

JAA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma não-zero: Equilíbrio

- ◆ exemplo 1:

	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>
I <sub>1</sub>	(2,2)	(3,3)
I <sub>2</sub>	(1,1)	(4,4)

matriz de payoff

	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>
I <sub>1</sub>	2	3
I <sub>2</sub>	1	4

maxim p/ I

	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>
I <sub>1</sub>	2	3
I <sub>2</sub>	1	4

maxim para II

- mas: se I escolhe I<sub>1</sub>, II escolhe II<sub>2</sub> e neste caso I escolhe I<sub>2</sub>, escolha contra a qual II não tem melhor opção que permanecer com II<sub>2</sub>
- $payoff$  do (único) equilíbrio = (4,4)

JAA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma não-zero: Equilíbrio

- ◆ definição: um par de estratégias  $(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*)$  é um equilíbrio sss  $e_1(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*) \neq e_1(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*)$  e  $e_2(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*) \neq e_2(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*)$  [ $e_1$  e  $e_2$  são os  $payoffs$  de I e II respectivamente]

JAA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001



## 2 jogadores, soma não-zero: Equilíbrio

- ◆ batalha dos sexos: teatro ou jogo de futebol (mas marido e esposa juntos)

	T	F
T	(1,4)	(0,0)
F	(0,0)	(4,1)

- ◆ 2 equilíbrios em estratégias puras: (T,T) e (F,F) e 1 em estratégias mistas

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## 2 jogadores, soma não-zero: Equilíbrio

- ◆ cálculo de  $(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*)$  através do método maxmin-minmax:

$$\mathbf{a}^* = (x^*, 1-x^*) \text{ deve ser ótima contra T e F} \Rightarrow xI = (1-x)A \Rightarrow x^* = 4/5$$

$$\text{similar: } y^* = 1/5 \Rightarrow (\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*) = (4/5, 1/5)$$

$$e_i = 4/5 = e_{II}$$

– mas: obviamente o homem não prefere ir 4/5 das vezes ao teatro e somente 1/5 das vezes ao futebol! (similar para a mulher)

– logo:  $(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*) = (4/5, 1/5)$  não é um equilíbrio

- ◆ terceiro equilíbrio =  $(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*) = (1/5, 4/5)$

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Jogos não cooperativos com $n$ jogadores

- ◆ equilíbrio: generalização do caso 2PNZSG:

$$e_i(\mathbf{a}_i^*, \mathbf{a}_2^*, \dots, \mathbf{a}_i^*, \dots, \mathbf{a}_n^*) \geq e_i(\mathbf{a}_i^*, \mathbf{a}_2^*, \dots, \mathbf{a}_i, \dots, \mathbf{a}_n^*)$$

onde:  $1 \leq i \leq n$

e  $\mathbf{a}_1^*, \mathbf{a}_2^*, \dots, \mathbf{a}_n^*$  é uma n-tupla de estratégias ótimas na qual o jogador  $i$  joga a estratégia  $\mathbf{a}_i^*$

- ◆ teorema: todo jogo de  $n$  jogadores ( $n$  finito) tem pelo menos um equilíbrio (representado por uma n-tupla)

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Jogos Cooperativos e Barganha

- ◆ PD: os jogadores podem cooperar (manter silêncio)
- ◆ BS: jogar uma moeda para decidir entre os 2 equilíbrios
- ◆ cooperação: discutir antes com outros jogadores para decidir uma estratégia comum
  - como garantir o compromisso???

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Jogos Cooperativos e Barganha

- ◆ barganha: problema da divisão da torta
  - 2 jogadores: I e II
  - informação imperfeita
  - estratégias: os jogadores devem escolher (simultaneamente) fatias  $f_i$  da torta
    - se  $f_1 + f_2 \leq 1$  I recebe  $f_1$  e II recebe  $f_2$
    - se  $f_1 + f_2 > 1$  I e II recebem  $e=0$
  - múltiplos equilíbrios (infinitos no caso da torta)
  - uma solução (ponto focal):  $f_1 = f_2 = 0.5$
  - caso particular: I joga antes de II

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Jogos Evolutivos

- ◆ motivação: modelar o comportamento animal de geração em geração (Maynard-Smith, 1973)
- ◆ evolução das características de animais depende de como indivíduos com estas característica na população interagem com indivíduos com outras características
- ◆ estratégia evolutiva estável (ESS)
  - se toda a população usar um ESS, não vale a pena usar outro equilíbrio
  - animais não “decidem” como jogar; são impelidos pelos genes

JAAIA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Jogos Evolutivos

- ◆ exemplo: Hawk-Dove (Maynard-Smith)

		V = 1, D = 0	
		hawk	dove
II	hawk	$\frac{1}{2}(V-D)$	V
	dove	0	$\frac{1}{2}V$

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Jogo de Coordenação

- ◆ Mais de um equilíbrio (um dominante): qual escolher?
- ◆ Exemplo 1:

		Estudante 1	
		O <sub>a</sub>	O <sub>b</sub>
Estudante 2	O <sub>a</sub>	3 / 3	1 / 1
	O <sub>b</sub>	1 / 1	2 / 2

- ◆ Exemplo 2
- ◆ Exemplo 3

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Dilema do Prisioneiro (PD)

Dois suspeitos, acusados de uma violação da lei são mantidos separados pela polícia. À cada um é dito que:

Se ele confessar e o outro não, ele obterá um prêmio enquanto que o outro irá para a prisão.

Se ambos confessarem, ambos irão para a prisão.

Se nenhum confessar, a polícia pode sentenciar ambos por acusações menos graves (porte de arma).

- ◆ Tucker, Flood and Drescher
- ◆ Opções de escolha: trair (*defect*) ou cooperar (*cooperate*)

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Matriz de Ganho do PD (Geral)

P1/P2	C	D	
C	R/R	S/T	• $T > R > P > S$
D	T/S	P/P	• $R > (S+T)/2$

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Matriz de Ganho do PD

P1/P2	C	T
C	3 / 3	0 / 5
T	5 / 0	1 / 1

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Dilema do Prisioneiro Iterativo (IPD)

- ◆ Número de iterações conhecido: o que acontece?
- ◆ Número de iterações desconhecido:
  - solução não trivial
  - *Tit-For-Tat* (TFT) ou olho-por-olho:
    - inicia cooperando, copia a última jogada do oponente
    - coopera, retalia, perdoo
- ◆ Metáfora para interação social (ajuda mútua X exploração egoísta)

JAlA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Dilema do Prisioneiro

- ◆ artigos relacionados à vida artificial
  - Kitcher (93): recusa interação; estratégias “opts out” (recusa de interação), “solist” (sempre recusa) e “discriminatória” (similar to TFT)
  - Batali and Kitcher (95): herança de estratégias
  - Oliphant (95): PD não iterativo, organização espacial (lattice) com cooperação
  - Angeline (95): cooperação não-mútua (considera o fato de *cooperação-cooperação* acontecer em  $n$  iterações)

---

JAA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Dilema do Prisioneiro

- ◆ artigos recentes relacionados à vida artificial (cont.)
  - Ito (97): organização espacial (alguns jogadores devem jogar), informações sobre interação são abertas ao público (disclosure), morte ao atingir zero pontos, reproduz e passa metade dos pontos ao filho; qual estratégia é mais vantajosa? como aprender?
  - Akiyama and Kaneko (97): coalização de 3 pessoas, evolução da comunicação entre jogadores, evolução de estratégias

- ◆ fonte: Artificial Life IV (1993), Artificial Life V (1995) e Artificial Life VI (1997)

---

JAA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001

## Roteiro

- ◆ Bibliografia do curso
- ◆ Sistemas Multiagente
- ◆ Teoria dos Jogos
- ◆ Aplicações de Teoria dos Jogos em Coordenação de Agentes

---

JAA 1 - Coordenação de Agentes com Técnicas de Teoria dos Jogos Ana Lúcia C. Bazzan ©2001