INF01 118

Técnicas Digitais para Computação

Minimização de Funções Booleanas

Projeto de um detector BCD

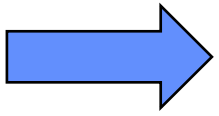
UFRGS

Aula 13

Funções com Saídas Não-Especificadas

- Suponha-se uma função cuja entrada é um código BCD

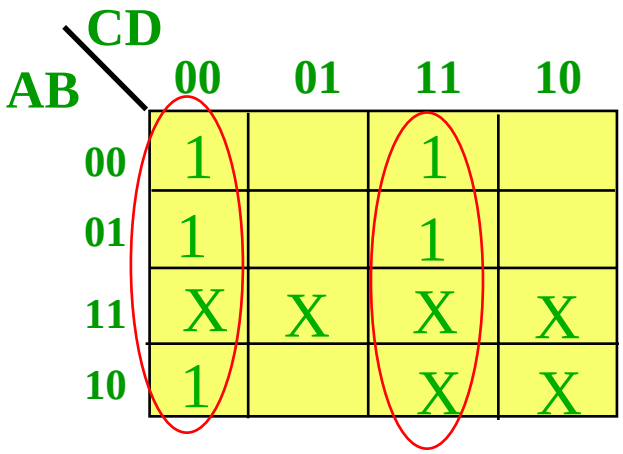
A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	m0
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	1	m3
0	1	0	0	1	m4
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	m7
1	0	0	0	1	m8
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	X	
1	0	1	1	X	
1	1	0	0	X	
1	1	0	1	X	
1	1	1	0	X	
1	1	1	1	X	



- Sabe-se que estas combinações de entradas nunca ocorrerão
- Valor da saída não precisa ser especificado

don't care = X

- **Simplificação da função usando mapa de Karnaugh**

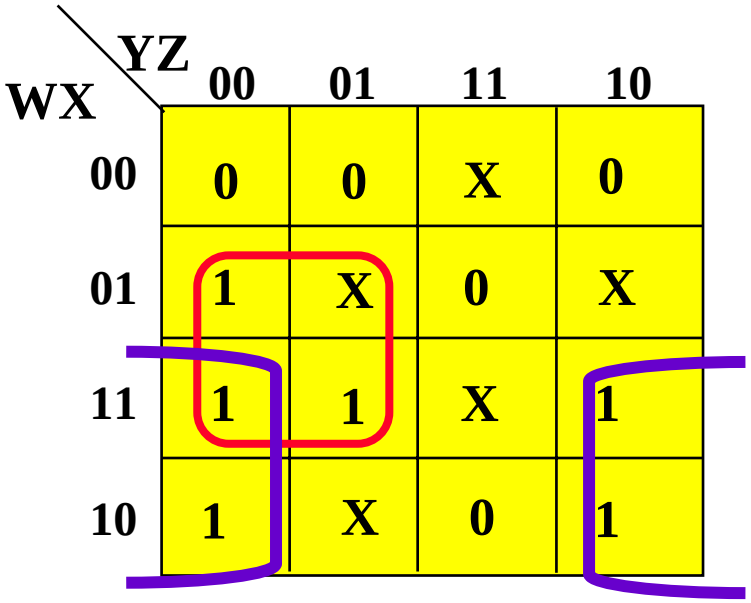


- **X pode ser 0 ou 1 => o que for mais conveniente para simplificar a função**

$$F = \overline{C}\,\overline{D} + CD$$

Exercício:

Represente a Funcão F relativa ao Mapa de Karnaugh abaixo, através de uma soma de mintermos. Faça a MINIMIZAÇÃO da função, escreva a função resultante e desenhe o circuito lógico.



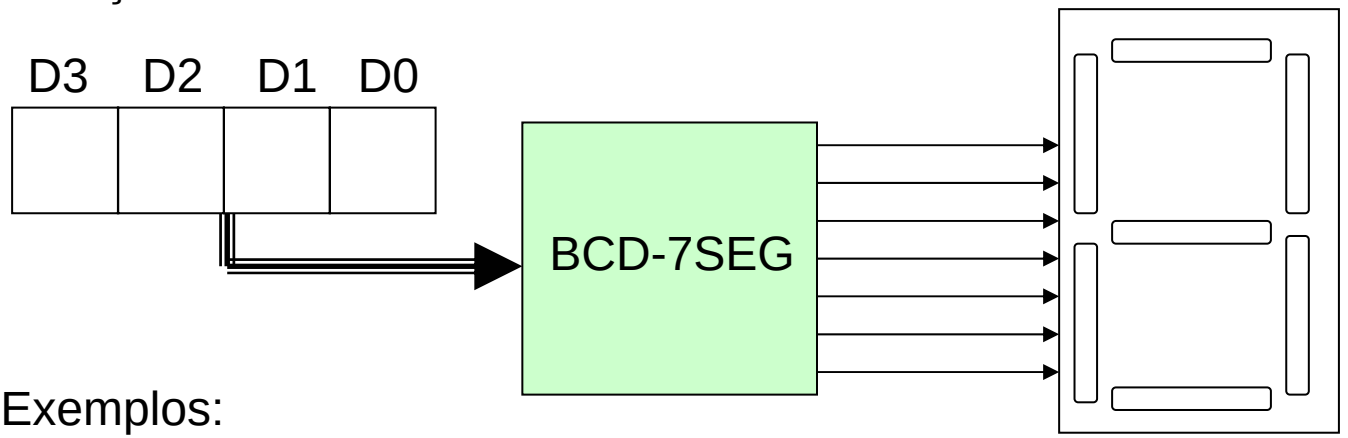
F= W'XY'Z'+WXY'Z'+WX'Y'Z'+WXY'Z+WXYZ'+WX'YZ'

F= XY'+WZ'

Exercício:

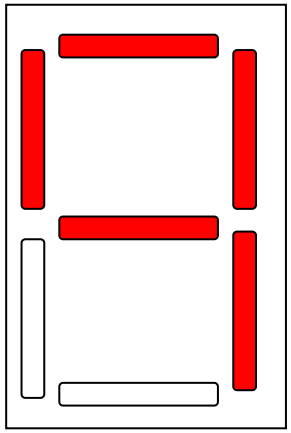
Projeto conversor BCD - 7 segmentos

1) Definição

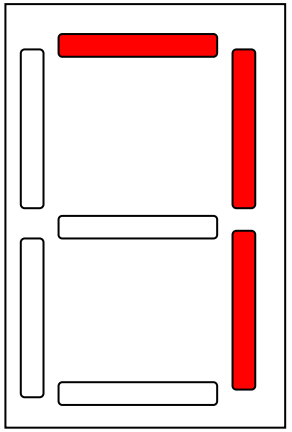


Exemplos:

1001



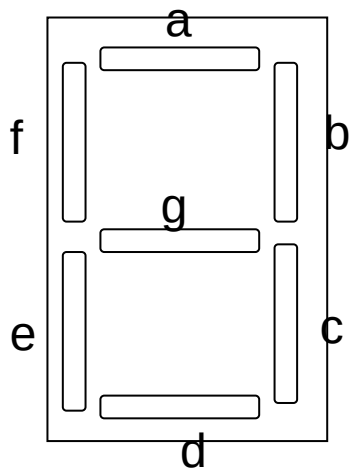
0111



Projeto conversor BCD - 7 segmentos

2) Montagem da Tabela Verdade

	D3	D2	D1	D0	a	b	c	d	e	f	g
decimal	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
	1	0	1	0	X	X	X	X	X	X	X
	1	0	1	1	X	X	X	X	X	X	X
	1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
	1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
	1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X
	1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X



Projeto conversor BCD - 7 segmentos

3) Extração das funções booleanas a, b, c, d, e, f, g simplificando no mapa de karnaugh.
4) Desenho do circuito lógico CMOS.
5) Simulação funcional do conversor BCD-7 segmentos (usando simulador lógico)
6) Compilação e sintese da descrição para uma das familias de FPGA.
7) Simulação temporal.

Medir: tplh, tphl, tr e tf.

INF01 118

Técnicas Digitais para Computação

Minimização de Funções Booleanas
Metodo de Quine-McCluskey

Aula 13

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X 0	1 4	0 12	1 8
01	0 1	1 5	1 13	1 9
11	0 3	X 7	X 15	0 11
10	0 2	1 6	0 14	1 10

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X 0	1 4	0 12	1 8
01	0 1	1 5	1 13	1 9
11	0 3	X 7	X 15	0 11
10	0 2	1 6	0 14	1 10

Coluna 0
0000 (0)
0100 (4) 1000 (8)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)
0111 (7) 1101 (13)
1111 (15)

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X 0	1 4	0 12	1 8
01	0 1	1 5	1 13	1 9
11	0 3	X 7	X 15	0 11
10	0 2	1 6	0 14	1 10

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X 0	1 4	0 12	1 8
01	0 1	1 5	1 13	1 9
11	0 3	X 7	X 15	0 11
10	0 2	1 6	0 14	1 10

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X 0	1 4	0 12	1 8
01	0 1	1 5	1 13	1 9
11	0 3	X 7	X 15	0 11
10	0 2	1 6	0 14	1 10

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X 0	0 4	0 12	1 8
01	0 1	1 5	1 13	1 9
11	0 3	X 7	X 15	0 11
10	0 2	1 6	0 14	1 10

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

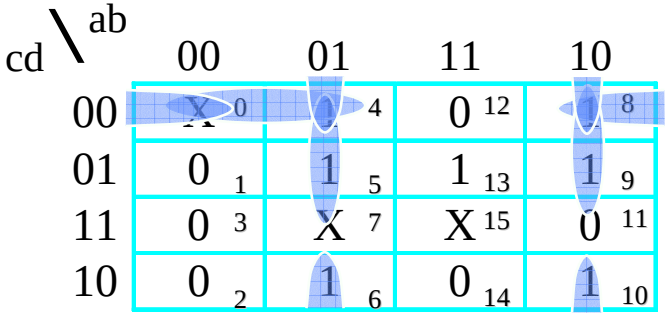
Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X 0	0 4	0 12	1 8
01	0 1	1 5	1 13	1 9
11	0 3	X 7	X 15	0 11
10	0 2	1 6	0 14	1 10

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

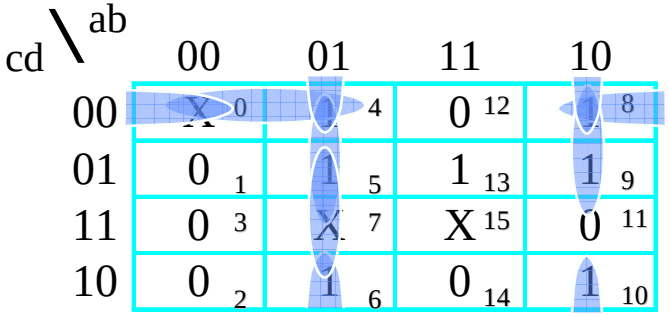
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

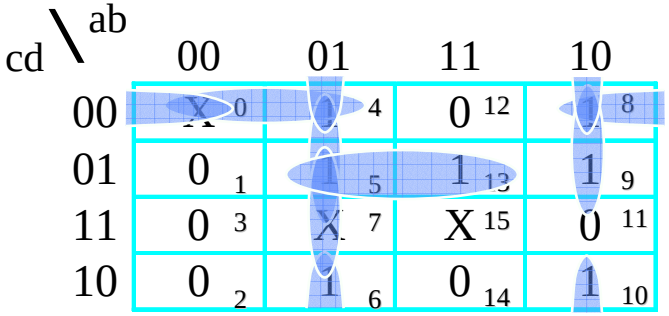
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

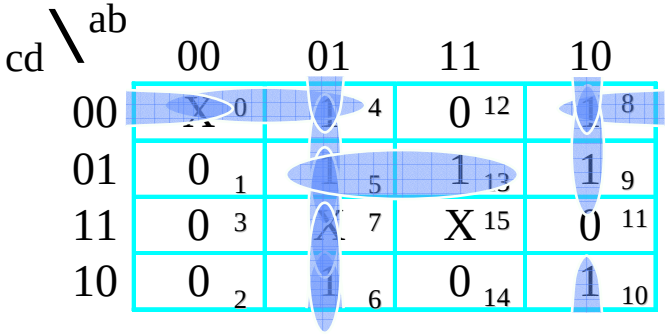
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

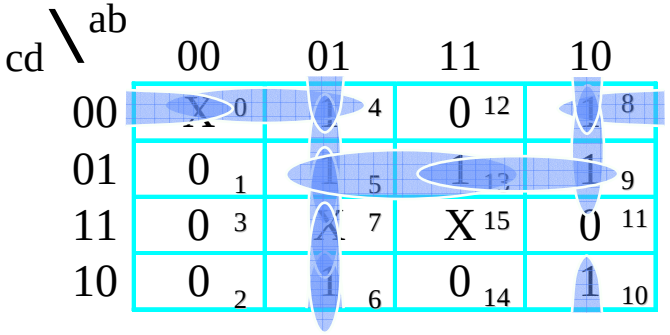
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

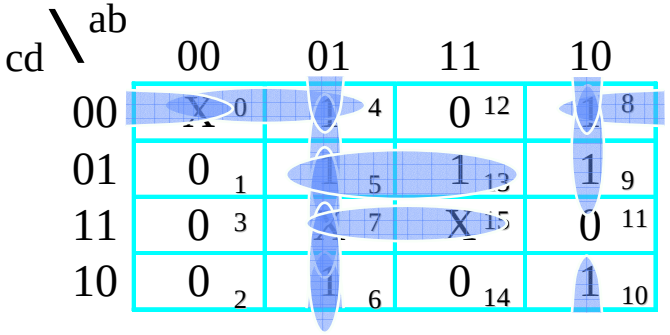
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

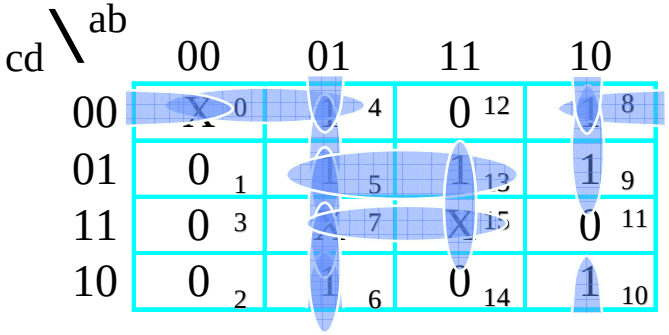
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

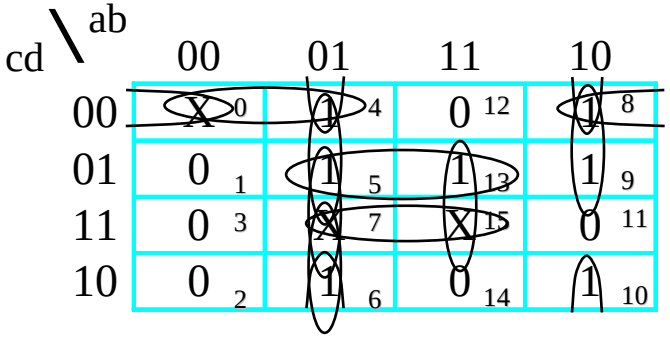
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

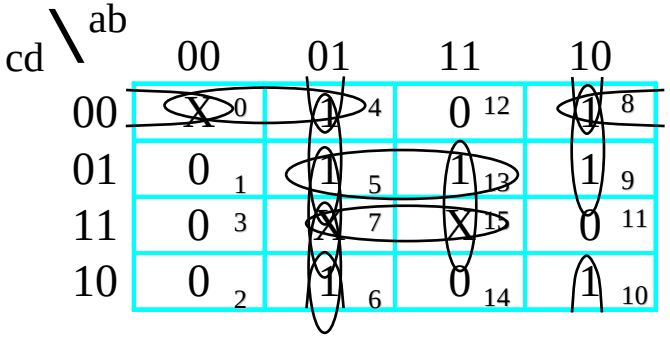
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

Método Quine-McCluskey

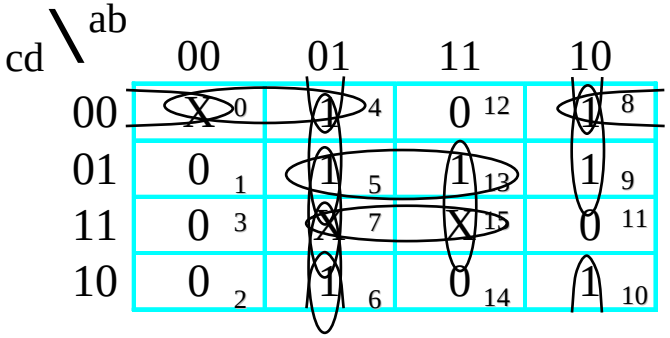
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)	
1111 (15)		

Método Quine-McCluskey

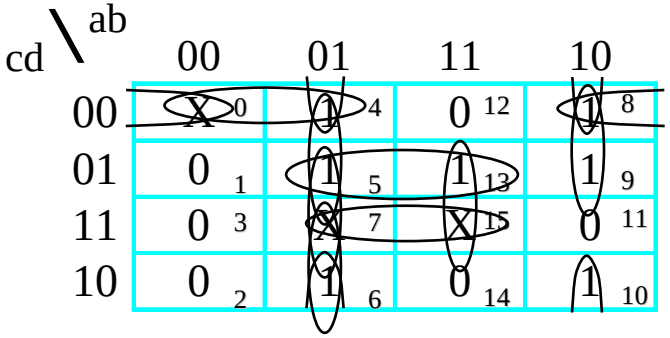
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)	
1111 (15)		

Método Quine-McCluskey

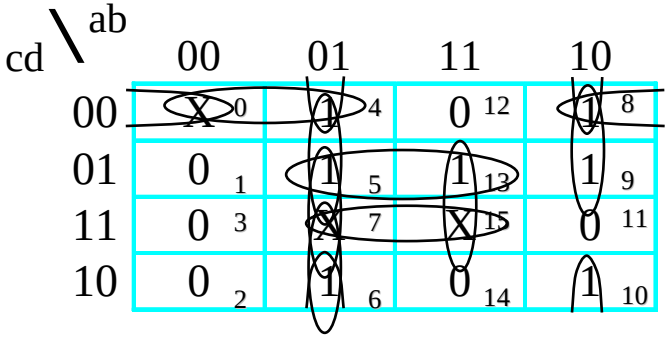
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)	
1111 (15)		

Método Quine-McCluskey

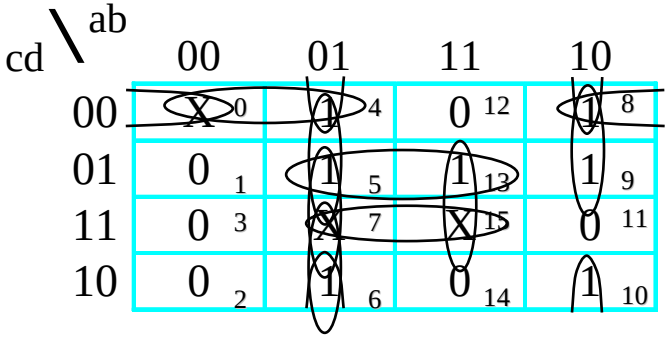
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)	
1111 (15)		

Método Quine-McCluskey

Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)	
1111 (15)		

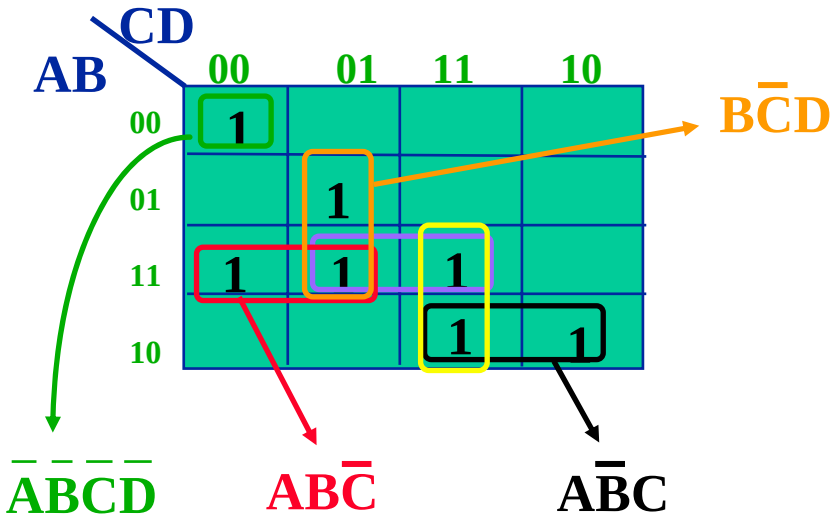
Tabela de Cobertura

Tabela de Cobertura	4	5	6	8	9	10	13
(0, 4) 0-00	X						
(0, 8) -000				X			
(8, 9) 100-				X	X		
(8,10) 10-0				X		X	
(9,13) 1-01					X		X
(4, 5, 6, 7) 01--	X	X	X				
(5, 7,13,15) -1-1		X					X

cd \ ab	00	01	11	10
00	X 0	1 4	0 12	1 8
01	0 1	1 5	1 13	1 9
11	0 3	X 7	X 15	0 11
10	0 2	1 6	0 14	1 10

•Exemplo Implicantes Primos Essenciais

$F = \Sigma\, m\,(0,5,10,11,12,13,15)$



6 implicantes primos

p1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	→ essencial	m0
p2	$B\bar{C}D$	→ essencial	m5
p3	$AB\bar{C}$	→ essencial	m12
p4	ABD	⇒ escolher entre 1 destes	
p5	ACD		
p6	$A\bar{B}C$	→ essencial	m10

• Tabela de Cobertura

	m0	m5	m10	m11	m12	m13	m15	
p1	X							essencial
p2		X				X		essencial
p3					X	X		essencial
p4						X	X	⇒ escolher entre 1 destes
p5				X			X	
p6			X	X				essencial

falta cobrir só m15 - pode-se escolher p4 ou p5

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}D + AB\bar{C} + A\bar{B}C + \begin{matrix} ABD \\ ou \\ ACD \end{matrix}$$

Método de Quine - McCluskey