

Soluções: Formulação linear

Questão 1 (Formulação Matemática)

Sejam x_i , $i \in [3]$ a quantidade produzida na Fábrica i , e y_{ij} a quantidade transportada da Fábrica i ao Atacadista j , $j \in [5]$. Seja c_{ij} o custo de transporte por unidade da Fábrica i ao Atacadista j , d_j a demanda do Atacadista j , e C_i a capacidade da Fábrica i . Temos

$$\text{maximiza } 0,50x_1 + 1,50x_2 + 0,70x_3 - \sum_{i \in [3], j \in [5]} c_{ij}y_{ij} \quad (1)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i \in [3]} y_{ij} = d_j, \quad \forall j \in [5], \quad (2)$$

$$\sum_{j \in [5]} y_{ij} \leq C_i, \quad \forall i \in [3], \quad (3)$$

$$x_i = \sum_{j \in [5]} y_{ij} \quad \forall i \in [3], \quad (4)$$

$$x_i \geq 0, \quad \forall i \in [3], \quad (5)$$

$$y_{ij} \geq 0, \quad \forall i \in [3], j \in [5]. \quad (6)$$

Na formulação a restrição (2) garante que a demanda do atacadistas satisfeita, a restrição (3) garante que as capacidades das fábricas é respeitada, e a restrição (4) garante que a produção iguala a distribuição.

Questão 2 (Formulação Matemática)

Queremos minimizar o custo total

$$\text{minimiza } 3x_1 + 6x_2 \quad (7)$$

sem produzir mais que 18 horas

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18 \quad (8)$$

produzindo pelo menos 5 quilos

$$x_1 + x_2 \geq 5 \quad (9)$$

respeitando a relação entre sucata para aço puro

$$x_2 \leq 7/8 x_1 \quad (10)$$

e sem usar demais aço ou sucata

$$x_1 \leq 4 \quad (11)$$

$$x_2 \leq 7. \quad (12)$$

Questão 3 (Formulação Matemática)

Seja x_i a quantidade do ingrediente i , em litros. Além disso vamos usar uma variável auxiliar $x = \sum_{i \in [n]} x_i$ que representa a quantidade total de ingredientes. Podemos formular

$$\text{minimiza } \sum_{i \in [n]} r_i x_i \quad (13)$$

$$\text{sujeito a } x = \sum_{i \in [n]} x_i, \quad (14)$$

$$x = 1, \quad (15)$$

$$0.2x \leq \sum_{i \in [n]} a_i x_i \leq 0.3x, \quad (16)$$

$$0.3x \leq \sum_{i \in [n]} d_i x_i \leq 0.4x, \quad (17)$$

$$0.03x \leq \sum_{i \in [n]} p_i x_i \leq 0.04x, \quad (18)$$

$$\sum_{i \in P} x_i \geq 2 \sum_{i \in [n] \setminus P} x_i, \quad (19)$$

$$x_i, x \geq 0, \quad i \in [n]. \quad (20)$$

Na formulação restrições (14) e (15) garantem uma quantidade total de 1 litro, restrições (16), (17), e (18) garantem os limites de acidez, docura e álcool, e restrição (19) garante a quantidade correto dos ingredientes preferidos.

Questão 4 (Formulação Matemática)

Para cada etapa i que tem um pré-requisito j de duração d_j podemos adicionar uma restrição $t_i \geq t_j + d_j$ para garantir que a etapa não inicia antes da etapa que é pré-requisito terminar. Aplicando essa ideia sistematicamente a todas etapas, obtemos o

modelo

$$\begin{aligned} \text{minimiza} \quad & t_9 + 0 \\ \text{sujeito a} \quad & t_1 \geq t_0 + 0 \\ & t_2 \geq t_1 + 2 \\ & t_3 \geq t_1 + 2 \\ & t_4 \geq t_3 + 3 \\ & t_5 \geq t_3 + 3 \\ & t_6 \geq t_2 + 1 \\ & t_6 \geq t_4 + 2.5 \\ & t_7 \geq t_5 + 1.5 \\ & t_7 \geq t_6 + 2 \\ & t_8 \geq t_2 + 1 \\ & t_8 \geq t_4 + 3 \\ & t_9 \geq t_7 + 4 \\ & t_9 \geq t_8 + 3 \\ & t_i \geq 0, \quad \forall i \in [9]. \end{aligned}$$

Questão 5 (Formulação Matemática)

Seja p_t o período antes do período t ($p_t = t - 1$, para $t > 1$, e $p_1 = 6$) e m_t o número mínimo necessário de policiais no período t . Temos

$$\begin{aligned} \text{minimiza} \quad & \sum_{t \in [6]} x_t \\ \text{sujeito a} \quad & x_t + x_{p_t} \geq m_t, \quad t \in [6], \\ & x_t \geq 0, \quad t \in [6]. \end{aligned}$$