

## Nível Físico – Modulação Digital

### 1 Objetivos

Apresentar a modulação digital e sua importância no mundo atual. Obter e manipular expressões analíticas que definam a capacidade e a eficiência de um canal. Obter curvas de desempenho de canais em função de seus parâmetros físicos. Determinar a banda passante  $B$  de uma linha de comunicação através de simulação. Determinar a capacidade máxima de um canal segundo o teorema de Nyquist e Shannon. Representar graficamente o Teorema de Nyquist em função do número de bits associados aos símbolos elétricos.

### 2 Análise de sinais

#### 2.1 Introdução à equação da onda

Uma onda pode ser caracterizada através da seguinte equação:

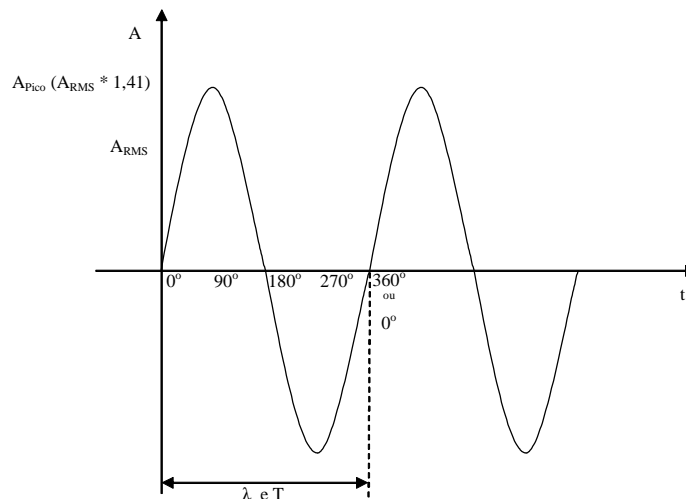
$$a(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta)$$

$a(t)$  = Amplitude instantânea da portadora no instante  $t$

$A$  = Amplitude máxima da portadora

$\omega_0$  = Frequência angular da portadora ( $2\pi f$ )

$\theta$  = Fase da portadora



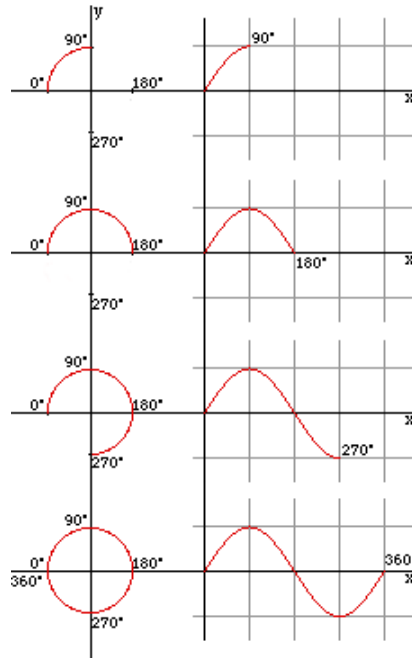
A partir da equação da onda vista acima, vê-se que podemos variar três componentes da onda para imprimir uma informação na portadora. Assim, variando **amplitude**, **frequência** ou **fase** podemos "modular" a onda de acordo com a variação da onda moduladora (que contém a informação).

- Amplitude: a altura de uma onda
- Frequência: número de ciclos da onda por segundo ( $\text{Hz} = \text{ciclos} / \text{s}$ )
- Fase: Posição instantânea da onda, em graus.

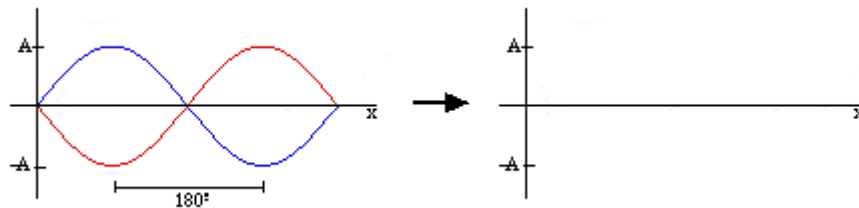
## 2.2 Interferências entre ondas diferentes

OBS: trecho a seguir vem de <http://www.eca.usp.br/prof/iazzetta/tutor/>.

Uma onda senoidal pode ser entendida como um movimento circular que se propaga ao longo de um eixo, o qual pode representar uma distância ou tempo, por exemplo.



A relação desse movimento com um ponto de referência é chamada de fase. Por exemplo, na figura abaixo as duas senóides estão defasadas em  $180^\circ$ .



Quando duas ondas são superpostas suas amplitudes são somadas algebricamente e a onda resultante dessa soma depende da fase. Assim, duas ondas de mesma frequência e amplitude  $A$  começando seus ciclos em zero grau, quer dizer em fase, vão resultar numa onda com mesma frequência e amplitude igual a duas vezes  $A$ . Mas se essas ondas estiverem defasadas, essa relação de amplitude é modificada. Para duas ondas de mesma frequência e amplitude, mas defasadas em  $180^\circ$ , as amplitudes estão exatamente opostas, cancelando-se totalmente:

Dizemos que diferenças de fase entre duas ondas geram **interferências construtivas**, quando a onda resultante tem amplitude maior que a das ondas individuais, ou **interferências destrutivas**, quando a amplitude da onda resultante é menor que a das ondas individuais.

Isso quer dizer que quando ondas sonoras interagem no ambiente elas estão se reforçando (interferência construtiva) ou cancelando (interferência destrutiva). Os sons que ouvimos no ambiente à nossa volta têm um comportamento complexo e raramente teremos um cancelamento total de uma determinada frequência devido às diferenças de fase.

As mesmas relações dadas para ondas senoidais de mesma frequência e amplitude são aplicadas também para a interação de outros tipos de onda com frequências e amplitudes diferentes.

Deve-se notar que os harmônicos e parciais que compõem um som complexo também podem ter fases diferentes. Embora essas diferenças determinem a forma da onda, nosso aparelho auditivo é pouco sensível a essas variações. De modo geral, somos bastante sensíveis a variações de frequência e amplitude, mas as relações de fase são pouco perceptíveis, a não ser indiretamente.

Por exemplo, duas senóides de frequência muito próxima, digamos 500Hz e 503Hz, entrarão e sairão de fase numa taxa de três vezes por segundo. Isso causa uma interferência periódica de reforço e cancelamento de amplitude. Esse fenômeno é chamado "batimento" e, nesse caso, a frequência do batimento é de 3 Hz. A sensação auditiva causada pelo batimento pode auxiliar na afinação de instrumentos de cordas, por exemplo. Quanto mais próxima a afinação de duas cordas soando juntas na mesma nota, menor a frequência do batimento gerado, que deverá desaparecer por completo quando elas estiverem perfeitamente afinadas.

**Demonstração:** Comparar e escutar a soma das duas senóides de 500 Hz e 503 Hz.

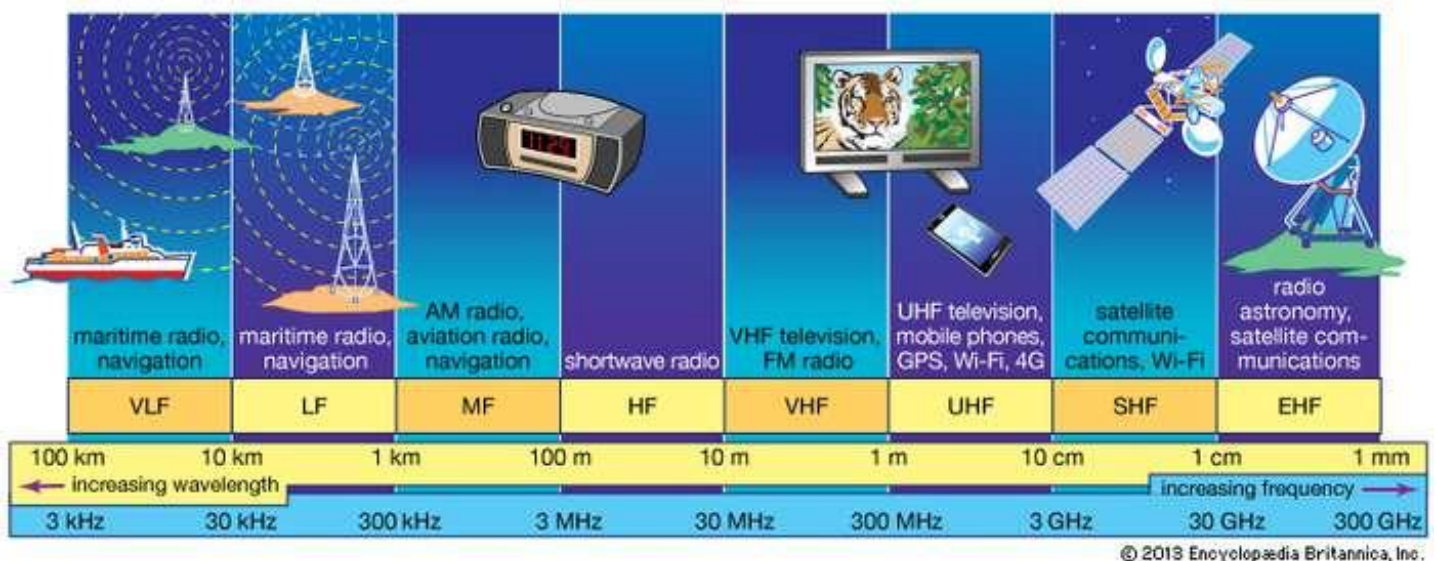
### 3 Largura de banda

A largura de banda de um canal de comunicação é a diferença entre a maior e a menor frequência que pode ser utilizada por este canal.

Esta limitação pode ser física (devido ao tipo de meio físico utilizado) ou imposta através de filtros (como no canal telefônico).

Como exemplo de limitação de largura de banda imposta, temos o canal telefônico, que tem uma largura de banda de 4 kHz. Qualquer sinal acima disto é filtrado e descartado da transmissão. Isto é necessário no sistema telefônico devido ao fato da companhia telefônica utilizar as mesmas linhas para transmitir mais de uma ligação telefônica simultaneamente, através da multiplexação por divisão de frequência, que será visto adiante.

Praticamente todo o espectro de frequência está dividido em bandas, reservado para rádio AM, rádio FM, polícia, satélite, faixa do cidadão, televisão, e assim por diante. A figura a seguir mostra uma parte do espectro de frequências [TAN 03], e as tabelas a seguir mostram alguns exemplos de utilização do espectro. Na página da Anatel tem a tabela de frequências padronizada no Brasil.



Fonte: <https://www.britannica.com/science/radio-frequency-spectrum> em set 2018

A tabela a seguir mostra os canais de FM - Faixa de VHF

Canal	MHz	Canal	MHz	Canal	MHz	Canal	MHz	Canal	MHz	Canal	MHz
201	88,1	218	91,5	235	94,9	252	98,3	269	101,7	286	105,1
202	88,3	219	91,7	236	95,1	253	98,5	270	101,9	287	105,3
203	88,5	220	91,9	237	95,3	254	98,7	271	102,1	288	105,5
204	88,7	221	92,1	238	95,5	255	98,9	272	102,3	289	105,7
205	88,9	222	92,3	239	95,7	256	99,1	273	102,5	290	105,9
206	89,1	223	92,5	240	95,9	257	99,3	274	102,7	291	106,1
207	89,3	224	92,7	241	96,1	258	99,5	275	102,9	292	106,3
208	89,5	225	92,9	242	96,3	259	99,7	276	103,1	293	106,5
209	89,7	226	93,1	243	96,5	260	99,9	277	103,3	294	106,7
210	89,9	227	93,3	244	96,7	261	100,1	278	103,5	295	106,9
211	90,1	228	93,5	245	96,9	262	100,3	279	103,7	296	107,1
212	90,3	229	93,7	246	97,1	263	100,5	280	103,9	297	107,3
213	90,5	230	93,9	247	97,3	264	100,7	281	104,1	298	107,5
214	90,7	231	94,1	248	97,5	265	100,9	282	104,3	299	107,7
215	90,9	232	94,3	249	97,7	266	101,1	283	104,5	300	107,9
216	91,1	233	94,5	250	97,9	267	101,3	284	104,7		
217	91,3	234	94,7	251	98,1	268	101,5	285	104,9		

A tabela a seguir mostra os canais de TV - Faixa de VHF. Faixas já estão sendo destinadas a outros serviços.

Canal	MHz
2	54-60
3	60-66
4	66-72
5	76-82

Canal	MHz
6	82-88
7	174-180
8	180-186
9	186-192

Canal	MHz
10	192-198
11	198-204
12	204-210
13	210-216

A tabela a seguir mostra os canais de TV - Faixa de UHF (em negrito faixa exclusiva de TV). Depende de região.

Canal	MHz
<b>14</b>	<b>470-476</b>
<b>15</b>	<b>476-482</b>
<b>16</b>	<b>482-488</b>
<b>17</b>	<b>488-494</b>
<b>18</b>	<b>494-500</b>
<b>19</b>	<b>500-506</b>
<b>20</b>	<b>506-512</b>
21	512-518
22	518-524
23	524-530
24	530-536
25	536-542
26	542-548
27	548-554

Canal	MHz
28	554-560
29	560-566
30	566-572
31	572-578
32	578-584
33	584-590
34	590-596
35	596-602
36	602-608
37	608-614
38	614-620
39	620-626
40	626-632
41	632-638

Canal	MHz
42	638-644
43	644-650
44	650-656
45	656-662
46	662-668
47	668-674
48	674-680
49	680-686
50	686-692
51	692-698
52	698-704
53	704-710
54	710-716
55	716-722

Canal	MHz
56	722-728
57	728-734
58	734-740
59	740-746
60	746-752
61	752-758
62	758-764
63	764-770
64	770-776
65	776-782
66	782-788
67	788-794
68	794-800
69	800-806

Exemplos de largura de banda comerciais

- Canais AM: 530 a 1700 kHz: largura de banda de 10 kHz
- Canais FM: 88 a 108 MHz: largura de banda de 200 kHz
- Canais de TV: largura de banda de 6 MHz

Existem várias faixas no espectro de frequências destinadas a aplicações ISM (**Industriais, Científicas e Médicas**)<sup>1</sup>. São faixas sem necessidade de solicitação de licenciamento. Algumas faixas são padrões mundiais, e outras são únicas em cada País. Seguem alguns exemplos:

<sup>1</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/ISM\\_band](https://en.wikipedia.org/wiki/ISM_band)

- 902-928MHz (largura de banda de 26MHz)
- 2.400-2.500MHz (largura de banda de 100 MHz)
- 5,725-5,875GHz (largura de banda de 150 MHz)
- 24-24,25GHz (largura de banda de 250 MHz)

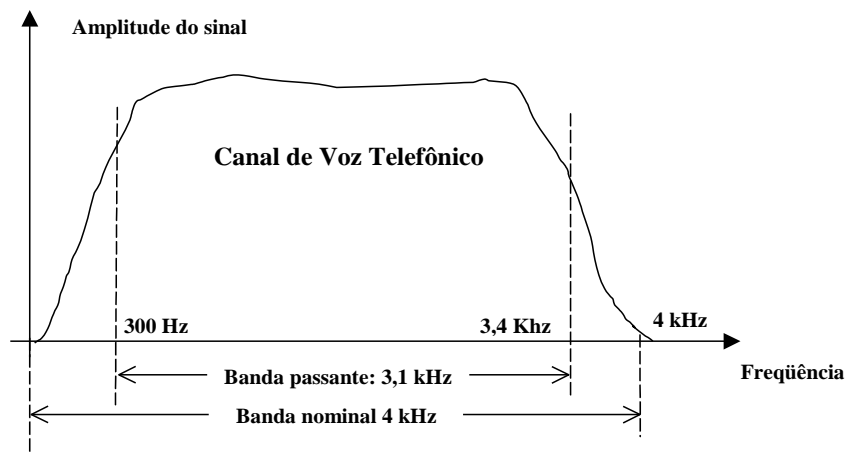
### 3.1 Largura de banda em centrais públicas de telefonia

Os sinais de voz que partem do ser humano são analógicos e sonoros, ou seja, o ar é empurrado com mais ou menos intensidade, um determinado número de vezes por segundo, gerando uma onda que se propaga. Quando atinge um ouvido, este decodifica as ondas sonoras e as transforma em percepções ao cérebro, que identifica um padrão e monta uma mensagem.

A frequência da voz humana, ou seja, o número de vezes por segundo que o ar é empurrado, é dada pelas cordas vocais, gerando um som mais agudo (de maior frequência), ou mais grave (de menor frequência). Normalmente, o ser humano consegue emitir sinais sonoros aproximadamente entre 100 Hz e 8.000 Hz (8 kHz). Um ouvido humano perfeito consegue captar aproximadamente de 16 Hz a 18.000 Hz.

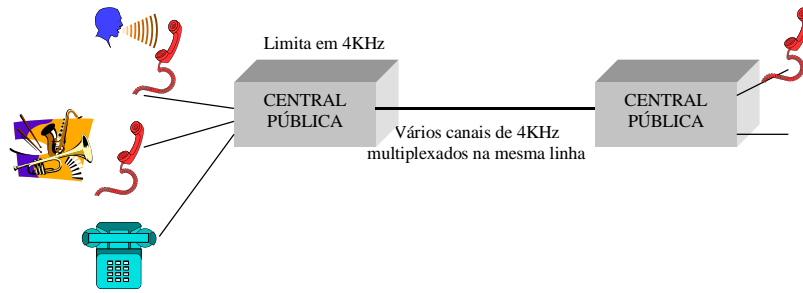
Entretanto, numa conversação normal, geralmente não se passa de 3 kHz. Assim, visando utilizar melhor o canal, criou-se uma largura de banda de 4 kHz para canais de telefonia, que é o que utilizamos atualmente em nossas ligações.

O motivo básico para isso é que o sistema de telefonia utiliza os canais de forma multiplexada<sup>2</sup>, necessitando alocar uma determinada largura de banda para cada canal de voz. Em testes práticos, julgou-se que a faixa de frequências entre 300Hz e 3400Hz permitia uma conversação normal. Desta forma, utiliza-se filtros eletrônicos para cortar sinais com frequências acima disto. O valor de 4 kHz é utilizado como uma tolerância para evitar interferências entre canais multiplexados lado a lado. A figura a seguir ilustra isso.



Isso foi feito para conseguir mais ligações entre centrais públicas utilizando o mesmo meio físico, que é o princípio da multiplexação, visto através da figura a seguir.

<sup>2</sup> Multiplexar é utilizar a mesma linha física para transmitir vários canais



Em resumo, pode-se concluir que foi criada uma limitação de 4 kHz nos canais de telefonia, a fim de poder multiplexar mais canais nas comunicações entre centrais públicas diferentes, gerando economia e dando uma resposta satisfatória ao usuário.

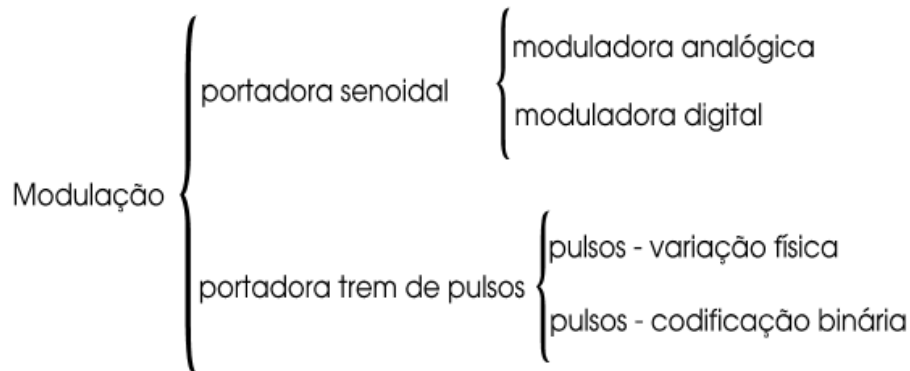
Exemplificando, caso você esteja assistindo ao vivo uma orquestra sinfônica e queira telefonar a uma pessoa para ela escutar como estão bonitas as músicas, tenha certeza que o seu interlocutor não vai conseguir perceber o que você está ouvindo, pois o som estará limitado em menos de 4 kHz, e instrumentos como o piano trabalham normalmente entre 20Hz a 7 kHz (chegando a 18 kHz), e o violino vai de 200Hz a 10 kHz (chegando a 20 kHz).

## 4 Modulação digital

A modulação é a variação das características de uma onda (**denominada portadora**) de acordo com outra onda ou sinal (**denominado sinal modulador**).

O objetivo do processo de modulação é imprimir uma informação em uma onda portadora, para permitir que esta informação seja transmitida no meio de comunicação.

Na tecnologia atual, existem dois tipos de portadora: portadora analógica (senóide) e a portadora digital (trem de pulsos). O sinal modulador pode ser analógico (como a voz) ou digital (dados).



**Sem Modulação = Transmissão em banda base.** Utiliza-se codificação do sinal para evitar problemas de sincronismo, que podem acontecer com sequências muito grandes de “0” ou “1”. Alguns exemplos são NRZ, NRZi, Manchester, AMI, MLT-3, entre outros. Muito utilizado em redes Ethernet, Fast Ethernet e em Fibra ótica.

Em uma modulação de rádio AM (Amplitude Modulada), modifica-se a característica AMPLITUDE de uma portadora analógica (ver figura). A frequência da portadora está relacionada à banda da estação de rádio, enquanto a envoltória está relacionada à frequência “carregada”, ou ao áudio.



**Atividade:** Desenhe a modulação FM

A transmissão **de dados** em linhas telefônicas (Faixa Estreita – largura de banda de 4 kHz) utilizando-se modems tem como base de funcionamento a existência de uma portadora analógica (com uma frequência menor que 4 KHz) e uma moduladora digital (sinal que se quer transmitir). Esse tipo de modulação digital também é utilizado em praticamente toda comunicação de dados wireless, como wimax (802.16), wi-fi (802.11), ADSL (com o OFDM), padrões de modulação em TV Digital, como o DVB e o ISDB, que se baseiam em OFDM, etc.

Para os objetivos deste curso, será analisado com maior profundidade a modulação ASK e PSK (FSK existe, mas não será analisada).

**Atividade:** Qual a vantagem da modulação digital? Compare duas situações para um filme de 2 horas: a) transmissão através de TV analógica SD (*Standard Definition*); b) transmissão digital (calcule a taxa em bits/s). Quais as conclusões sabendo que a taxa aproximada em um canal de TV digital é de 19 Mbit/s?

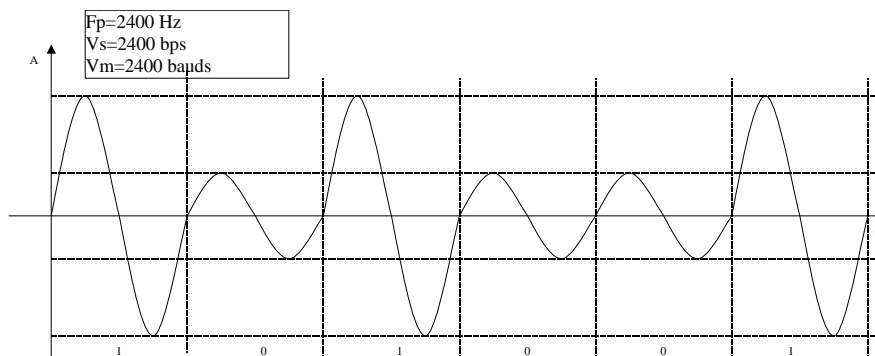
#### 4.1 Modulação ASK – Amplitude Shift Keying

Primeiramente deve-se montar uma tabela fazendo uma equivalência entre o sinal que se deseja transmitir e o parâmetro da onda que vai ser variado (neste caso é a amplitude). Desta forma, cria-se um padrão que será impresso na portadora pelo transmissor e traduzido pelo receptor.

Por exemplo, suponha que para representar o nível lógico "1" seja utilizada uma amplitude de 5 Volts, e para representar o nível lógico "0" seja utilizada uma amplitude de 1 Volt.

Além disto, estabeleceu-se que a frequência da portadora seria de 2400 Hz e a cada ciclo da onda portadora seria impressa uma nova informação, ou seja, ela iria carregar um bit por ciclo de onda, ou ainda, teria possibilidade de sofrer mudança de amplitude a cada ciclo de onda.

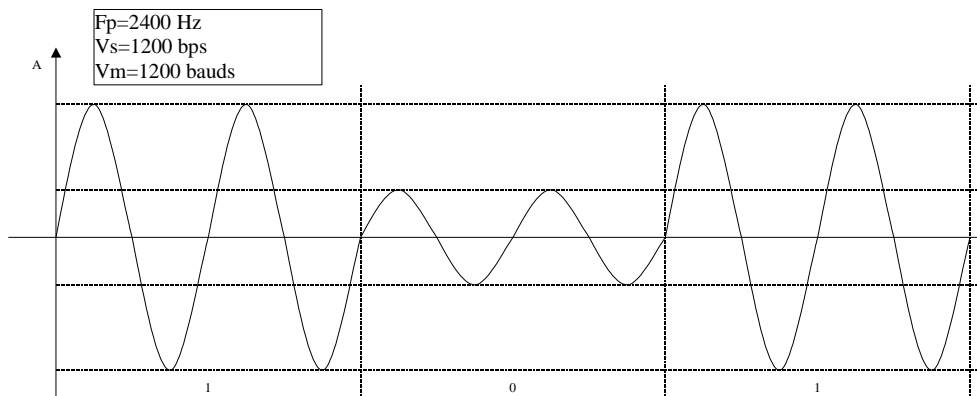
Supondo que existe a necessidade de transmitir a sequência de bits "101001" através da linha, a forma de onda resultante seria a seguinte:



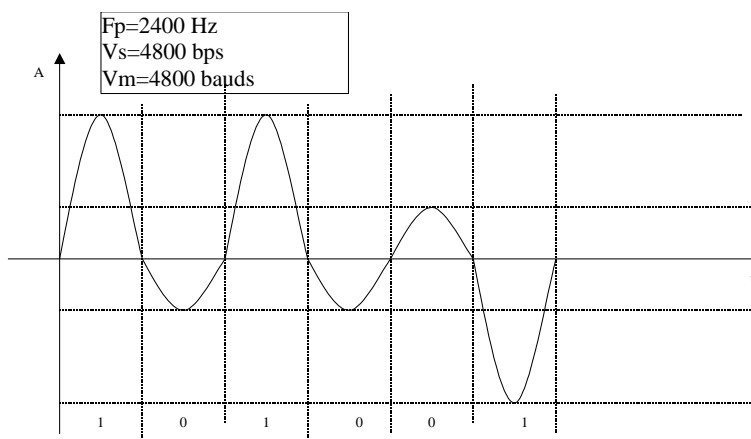
Observe que a cada ciclo está sendo enviado um bit de informação digital, conforme o padrão escolhido. Desta forma, como a portadora está a 2400 Hz, pode-se ver facilmente que está sendo transmitido um sinal na taxa de 2400 bit/s.

Quando um sinal é modulado, ele gera um espalhamento na frequência limitado à largura de banda do canal.

### 4.1.1 DOIS CICLOS POR BIT



### 4.1.2 MEIO CICLO POR BIT



Não é possível imprimir uma informação em menos de meio ciclo. Portanto, temos que o máximo que pode-se transmitir da forma analisada acima é com a portadora no seu máximo (4 kHz) e dois bits impressos em cada ciclo de portadora. Temos assim um máximo possível de 8 kbit/s nesse tipo de modulação. Porém, sabe-se que existem modems que utilizam taxas maiores que estas, como 9600 bit/s, ou até 56 kbit/s. Então, como eles fazem? A resposta para isto será respondida em seguida, quando se analisar modulação multinível.

Os exemplos acima mostram que a portadora varia de acordo com um padrão, podendo carregar consigo a informação digital. O número de ciclos que a portadora leva para ser modificada traz um novo conceito, que é a **taxa de modulação**, cuja unidade é o **baud**.

## 4.2 Diferença entre baud e bit/s

A taxa de modulação (medida em bauds) é o número de possíveis variações da onda portadora por segundo, ou seja, o número de vezes que se imprime a informação digital na onda portadora por segundo (a cada possível variação na onda portadora está se imprimindo uma informação digital).

A taxa do sinal (medida em bit/s) indica o número de bits efetivamente transmitidos pelo canal de comunicação por segundo.

Até este momento, foi analisada a modulação **monobit**, onde a portadora carrega um bit a cada baud. Desta forma, temos que na modulação **monobit** o número de **bauds** é sempre igual ao número de **bit/s**. Após a



análise de FSK e PSK, será vista a modulação multinível, onde a cada baud (ou variação da onda portadora), pode-se imprimir mais de um bit na onda portadora.

### 4.3 Modulação multinível

O objetivo da modulação multinível é transmitir a informação com maior taxa, e para conseguir isto é impresso mais de um bit por variação da onda portadora.

Por exemplo, na modulação ASK **dibit**, em vez de criar-se uma tabela para os bits "1" e "0", cria-se uma tabela de amplitudes diferenciadas para os bits "00", "01", "10", e "11". Assim, cada variação na onda portadora carrega consigo mais de um bit. A figura a seguir mostra um exemplo de ASK dibit, onde a seguinte tabela foi estabelecida como padrão entre transmissor e receptor:

"00": 2V

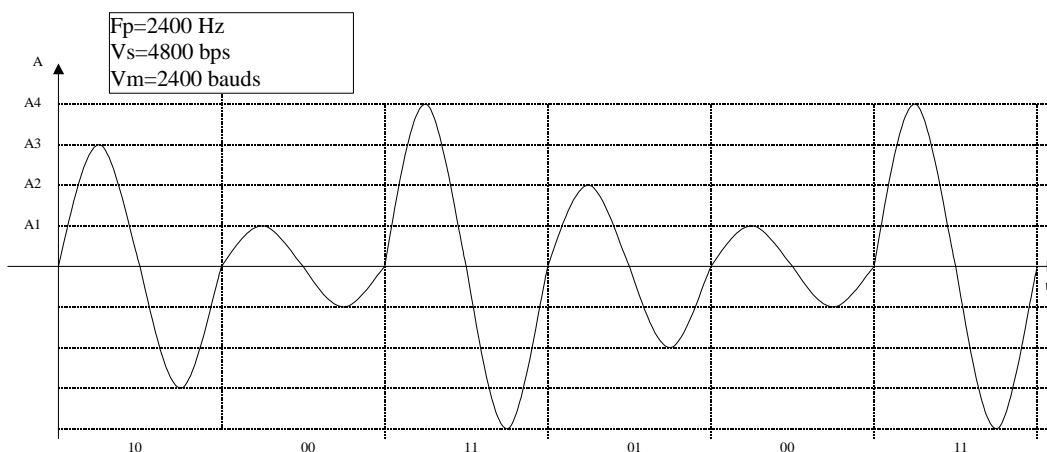
"01": 4V

"10": 6V

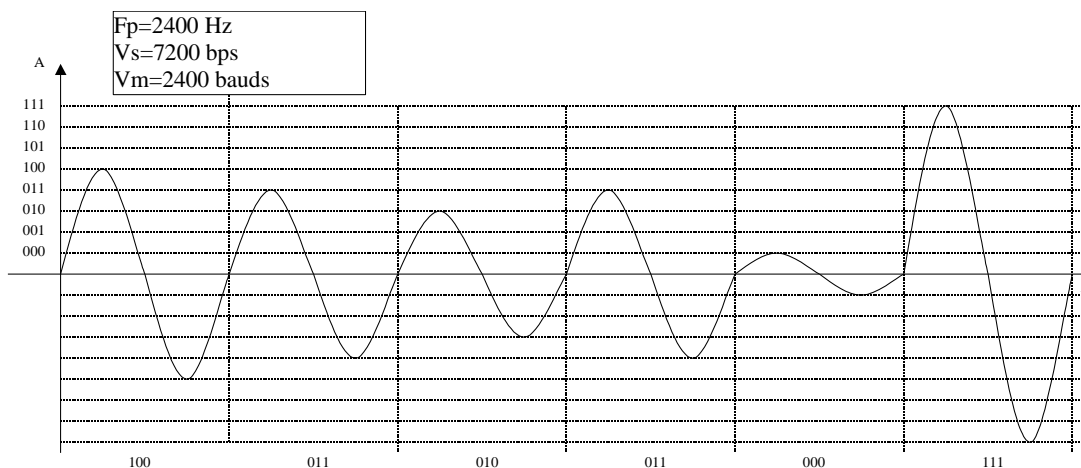
"11": 8V

Além disto, o padrão convencionou que a portadora tivesse 2400 Hz e fosse variada a cada ciclo (2400 bauds).

A figura a seguir ilustra a forma de onda resultante para transmitir a seqüência de bits "100011010011".



Para aumentar mais ainda a taxa de transmissão do sinal, pode-se utilizar mais de dois bits por baud. A figura a seguir mostra uma modulação **tribit** em amplitude e seqüência de bits "100011010011000111".



Na prática não é possível aumentar infinitamente o número de níveis para conseguir-se maior taxa de transmissão. Existem limitações devido à incidência de ruído na linha. Adiante será visto o teorema de Shannon, que determina a máxima capacidade de transmissão do sinal na presença de ruídos.

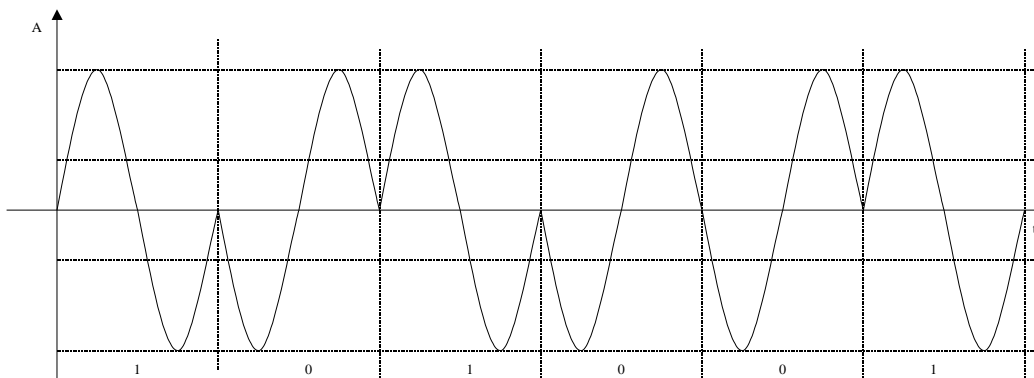
Adiante serão vistos outros tipos de modulação multinível, com combinações entre amplitude e fase.

#### 4.4 Modulação PSK – Phase Shift Keying

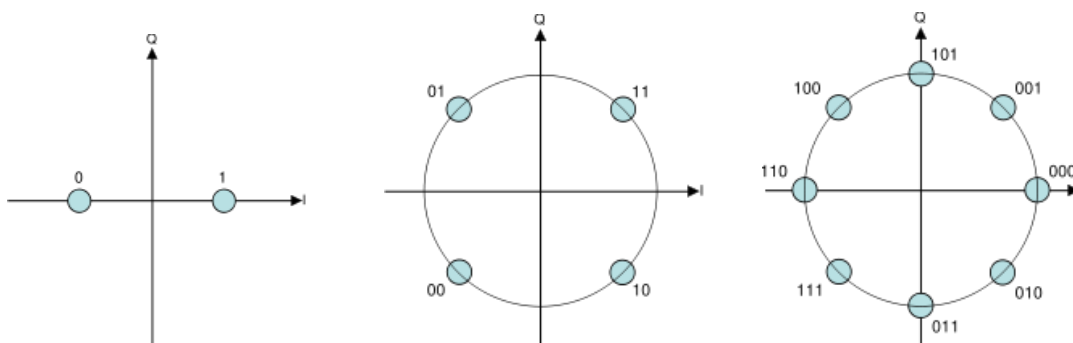
Na modulação PSK, a característica da onda portadora que vai variar é a fase, deixando a amplitude e a frequência constantes.

Da mesma forma que na modulação ASK, a primeira coisa a ser feita é o estabelecimento de um padrão entre transmissor e receptor, para que a comunicação possa ser efetuada e haja entendimento entre eles.

O padrão adotado na figura a seguir é que quando há uma troca do sinal digital de 1 para 0 ou de 0 para 1, inverte a fase, ou seja, soma  $180^\circ$ .



A figura a seguir ilustra a constelação do BPSK (*Binary Phase Shift Keying*), uma QPSK (*Quadrature Phase Shift Keying*) e 8-PSK<sup>3</sup>, que são respectivamente PSK monobit, PSK dibit e PSK tritbit, como pode ser inferido pela figura, visto o número de níveis que cada modulação proporciona.

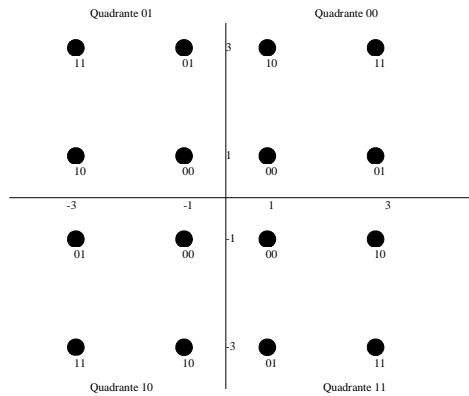


**Atividade:** Desenhe a transmissão do sinal “0010100111” em ASK dibit e PSK dibit, utilizando como base a frequência de 2400 Hz e a taxa de modulação de 1200 bauds. Qual a taxa de transmissão?

#### 4.5 Constelações de modulação multinível

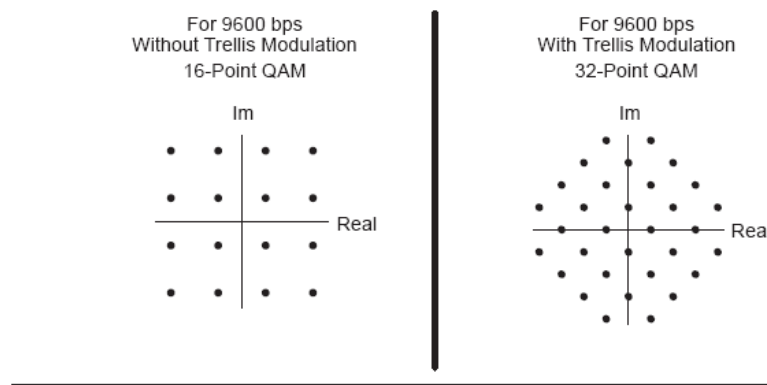
Outra possibilidade da modulação multinível é utilizar um misto entre dois tipos de modulação para transmitir o sinal. Um exemplo disto na prática é a modulação **tetrait** QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) por amplitude/fase, onde a fase varia de  $30$  em  $30^\circ$ , e com três amplitudes distintas. Nem todas as fases e amplitudes são utilizadas, totalizando os 16 valores necessários à modulação tetrait. A figura a seguir ilustra o que foi dito.

<sup>3</sup> <http://en.wikipedia.org/wiki/QPSK>

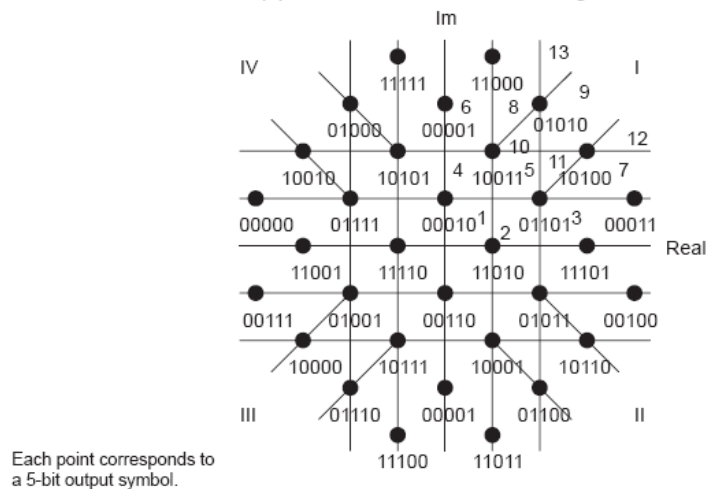


As formas de codificação atuais são baseadas fortemente em modulação por fase e amplitude. A recomendação do V.32 recomenda dois esquemas alternativos de modulação tetrabit a 9600 bit/s: um usando uma constelação de 16 pontos, e outra utilizando TCM (*Trellis Coded Modulation*), que é convolucional, ou seja, possui códigos de correção de erros embutida (apesar da constelação ser de 32 pontos, continua sendo tetrabit, pois um deles é para correção de erros). A figura a seguir ilustra as duas constelações.

(a) V.32 Modems Constellations

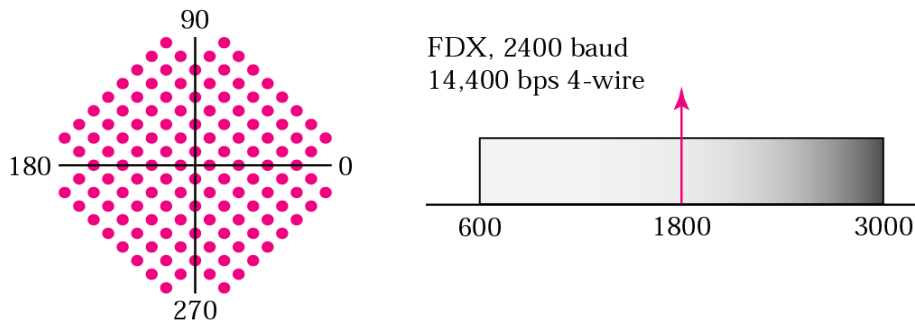


(b) V.32 Modems Constellation Regions

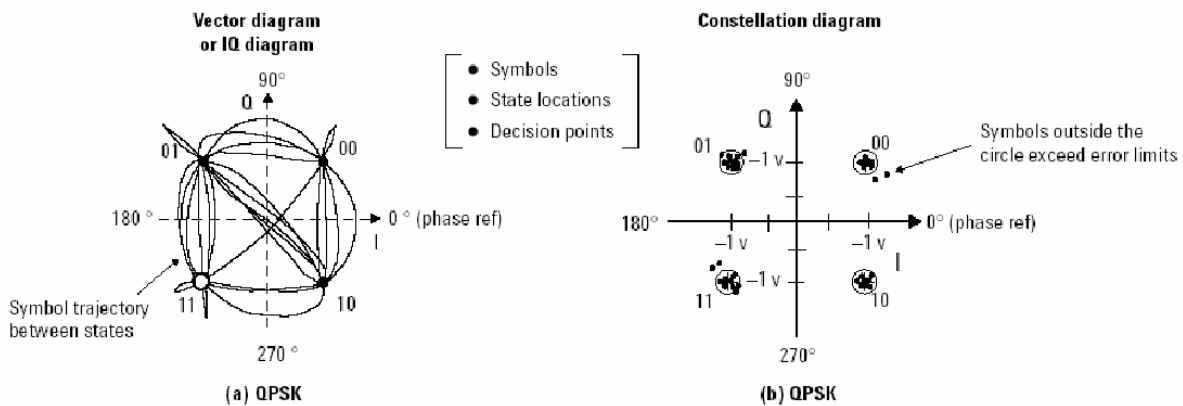


Quando se utiliza TCM numa constelação de 32 pontos, os dados a serem transmitidos são divididos em grupos de quatro bits (tetrabit). Os primeiros dois bits são codificados para gerar um conjunto de 3 bits (redundância), e os outros dois bits são enviados diretamente ao estágio de saída. Isso é conhecido como um algoritmo de codificação convolucional, onde os quatro bits de entrada são transformados em cinco bits, que são mapeados numa constelação de 32 pontos. Na recepção, é utilizado o algoritmo de decodificação Viterbi para estimar os dados transmitidos [BIG].

A figura a seguir ilustra a constelação TCM do modem V.32bis, de 14.400 bit/s. A constelação é de 128 pontos (heptabit), porém um deles é utilizado para correção de erros, e se aproveita 6 bits em cada símbolo (hexabit). Assim, chega-se ao total do padrão (2400 bauds x 6 bits/Símbolo)



Existem equipamentos específicos para medir a qualidade da recepção, como mostra a figura a seguir, extraída de um curso da Agilent [MIC 04]



Devido ao ruído, com mais de 8 fases a taxa de erros é muito alta, dificultando a recuperação do sinal<sup>3</sup>. A figura a seguir ilustra o aumento na taxa de erros com o aumento no tipo de modulação. (C/N = Carrier to Noise, ou SNR = Signal to Noise Ratio). BER = Bit Error Rate.

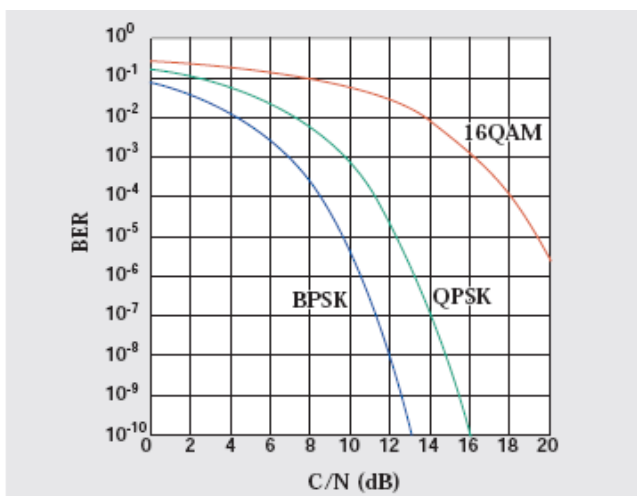


Figure 22: QPSK bit error rate (coherent detection; the noise bandwidth is the Nyquist bandwidth)

**Pergunta:** Como fazer para melhorar a relação sinal-ruído do meio e aumentar a eficiência de transmissão?

### 4.5.1 Relembrando decibel

O dB é uma unidade logarítmica muito usada em telecomunicações, representando relações entre duas grandezas de mesmo tipo, como relações de potências, tensões ou outras relações adimensionais, principalmente pois:

- O ouvido humano tem resposta logarítmica (sensação auditiva versus potência acústica);
- Em telecomunicações, se usam números extremamente grandes ou pequenos. O uso de logaritmos facilita sua utilização.

Por definição, uma quantidade Q em dB é igual a 10 vezes o **logaritmo decimal** da relação de duas potências, ou seja :  **$Q(\text{dB}) = 10 \log ( P1 / P2 )$** .

A tabela seguinte fornece alguns valores típicos :

Q(dB)	P1/P2
60	1.000.000
30	1.000
20	100
10	10
6	4
3	2
0	1
-3	0,5
-6	0,25
-10	0,1
-20	0,01
-30	0,001
-60	0,000001

Observe que 0 dB (zero dB) equivale a uma relação de 1; 3 dB equivale a uma relação de 2 (em potência), e 10 dB equivale a uma relação de 10. Assim:

- 3 dB equivale a multiplicar por 2
- 10 dB equivale a multiplicar por 10
- 3 dB equivale a dividir por 2
- 10 dB equivale a dividir por 10

É fácil converter qualquer valor inteiro de dB na relação correspondente, usando apenas 3 e 10 dB. Por exemplo, 17 dB:  $17 = 10 + 10 - 3$  dB ou em unidades lineares  $10 \times 10 / 2 = 50$ . Portanto 17 dB equivale a uma relação de 50.

### 4.5.2 Alguns padrões de modulação digital

No 802.11a, utiliza-se o OFDM na faixa de 5GHz para efetuar a transmissão, com 48 subportadoras. A taxa de cada subportadora é de 250kbauds (coluna 6), resultando em um total de 12 Mbauds no canal ( $250k * 48$  subportadoras). A tabela ilustra suas possibilidades de transmissão. A taxa de dados é obtida multiplicando-se a taxa total (12Mbauds – coluna 7) pela modulação multinível (bits/baud – coluna 2) e a razão de convolução – coluna 4. A taxa de entrada do codificador (coluna 5) é o número de bits físicos, porém parte dessa taxa é utilizada para correção de erros, não se transformando em taxa útil de dados (coluna 1).

Taxa Dados [Mbit/s]	Bits/ baud	Tipo de Modulação	Razão Códificador Convulsão	Taxa Entrada codificador	Taxa por Subportadora [Kbaud]	Taxa total 48 subportadoras [Mbaud]	Alcance 50 mW [m]
6	1	BPSK	1/2	12	250	12	50,3 – 91,5
9	1	BPSK	3/4	12	250	12	45,7 – 50,3
12	2	QPSK	1/2	24	250	12	41,2 – 45,7
18	2	QPSK	3/4	24	250	12	38,1 – 41,2
24	4	16QAM	1/2	48	250	12	33,5 – 38,1
36	4	16QAM	3/4	48	250	12	27,4 – 33,5
48	6	64QAM	2/3	72	250	12	21,3 – 27,4
54	6	64QAM	3/4	72	250	12	14 – 18,3

## 5 A Máxima Capacidade de um Canal

A máxima capacidade de um canal de transmissão de dados é a taxa máxima de transmissão que pode passar através deste canal. A unidade desta medida é o bps (bit por segundo), e os teoremas básicos para encontrar esta capacidade máxima do sinal são o Teorema de Nyquist e o Teorema de Shannon.

### 5.1 Relembrando logaritmos

1. Numerador igual à base:  $\text{Log}_b b = 1$
2. Exponenciação:  $\text{Log}_b n^x = x \cdot \text{log}_b n$
3. Mudança de base:  $\text{Log}_b n = \frac{\text{log}_a n}{\text{log}_a b}$
4. Exponenciação:  $b^{(\text{log}_b n)} = n$

### 5.2 Teorema de Nyquist

Em 1924, Nyquist publicou uma equação determinando a máxima capacidade de um canal desconsiderando a existência do ruído branco. A equação é a seguinte:

$$MC_n = 2 \cdot B \cdot \log_2 N$$

- $MC_n$  = Máxima capacidade do canal por Nyquist
- B: largura de banda, medida em Hz;
- N = número de níveis do sinal

O valor de  $\log_2 N$  pode ser encarado como a modulação multinível utilizada, pois se N é o número de níveis,  $\log_2 N$  é a modulação multinível. Por exemplo, para um dicit, 2 bits por baud,  $N=4$  (4 níveis: 00, 01, 10 e 11).  $\log_2 4 \Rightarrow \log_2 2^2 \Rightarrow 2 \cdot \log_2 2 \Rightarrow 2 \cdot 1 \Rightarrow 2$ , ou seja, a própria modulação multinível.

Assim, para facilitar a fórmula, pode-se representar que:

$$MC_n = 2 \cdot B \cdot M_{mn}$$

$M_{mn}$ : modulação multinível que está sendo utilizada: monobit:  $M_{mn}=1$ ; dicit:  $M_{mn}=2$ ; tribit:  $M_{mn}=3$ ; tetrabit:  $M_{mn}=4$  e assim por diante.

A base do teorema diz que um canal com largura de banda B pode enviar no máximo 2B valores de tensão diferentes por segundo, ou seja, no máximo pode-se alterar a onda portadora a cada meio ciclo a fim de transmitir um sinal binário.

Assim, por exemplo, caso a largura de banda de um canal seja de 4 KHz e o modem utilizado seja dicit, a máxima capacidade de transmissão de dados pela linha é de 16000 bps.

É importante ressaltar que o teorema de Nyquist não leva em consideração a existência de ruído. Assim, é possível teoricamente aumentar indefinidamente a taxa de transmissão do canal, simplesmente aumentando

o número de níveis da modulação multinível. Entretanto, isto não é verdade, visto que quanto maior o número de níveis, mais difícil será a reconstrução correta do sinal na existência de ruído, pois os níveis ficam mais próximos entre si.

Para a transmissão digital, o processo é parecido. Nyquist provou que o número necessário de amostragens de um sinal analógico para poder ser totalmente recuperado no destino é de 2 vezes a largura de banda em Hertz.

### 5.3 Teorema de Shannon

O teorema de Shannon já leva em consideração a existência do ruído branco, impondo um limite para a máxima taxa de transmissão do canal, limitando a modulação multinível que pode ser utilizada.

Shannon provou, em 1948, que se um sinal está sendo enviado com uma potência  $S$  através de uma linha, e a potência do ruído é  $N$ , então a máxima capacidade de transmissão deste canal é:

$$MCs = B \log_2(1 + S/N)$$

A razão entre a potência do sinal e a potência do ruído branco é conhecida como relação sinal-ruído, normalmente sendo expressa em decibéis (dB). Para extrair o valor real utilizado na fórmula de Shannon (número adimensional), deve-se utilizar a fórmula:

$$n^\circ \text{dB} = 10 \log_{10}(S/N)$$

Assim, por exemplo, um canal com largura de banda de 4KHz e uma relação sinal ruído de 30dB vai possuir uma máxima capacidade de transmissão calculada da seguinte forma:

primeiramente, deve-se passar de dB para relação entre potências: assim,  $10^{(30/10)} = 10^{\log_{10}(S/N)}$  e **S/N=1000**. A seguir, aplica-se na fórmula de Shannon:

$MCs = 4000 \log_2(1 + 1000) = > MCs = 4000 (\log_{10}1001 / \log_{10}2) \Rightarrow MCs = 39868$  bps. Desta forma, o máximo que pode ser transmitido através deste canal é 39868 bps, não podendo se utilizar um modem com taxa de transmissão de sinal superior a isto.

## 6 Atividades


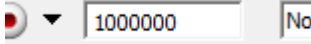
### 6.1 Análise de Sinais

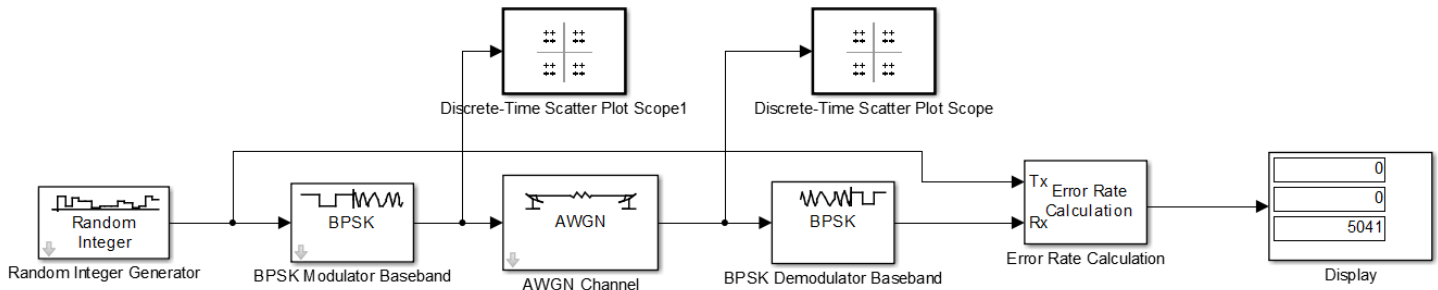
Explore o applet (convertido para javascript) Fourier Series disponível em <http://falstad.com/fourier/> e responda as questões.

1. Iniciar o applet deixando na tela uma onda senoidal de 100 Hz aproximadamente. Verificar o som da onda (habilitar "sound"). Alterar a frequência (*playing frequency*) e explicar o resultado. Teoricamente, qual a faixa de ondas audíveis para o ser humano?
2. Explicar a diferença da "transmissão com modulação digital sobre onda portadora analógica" e "transmissão em banda base" (transmissão do sinal diretamente em onda quadrada sem modulação). Qual a mais eficiente (maior taxa de transmissão do sinal em bits/s) para uma mesma largura de banda?
3. Desenhar uma onda própria (clicar e arrastar o mouse na onda) e verificar que ela se torna periódica, e pode ser aproximada por senos e cossenos (teorema de Fourier).

## 6.2 Modulação Digital

Abra o software **Simulink** no Windows e crie o modelo da figura a seguir. Algumas dicas:

- Pesquisar os blocos no botão “Library Browser” (  ).
- Para criar conexões no fio, deve-se pressionar e **segurar** o “click da direita” sobre a linha desejada.
- Random Integer Generator permite a geração de conjuntos de bits (dois para dibit, 4 para dibit, 8 para tritbit, etc).
- AWGN é um módulo que insere ruído ao sinal de entrada, permitindo definir a quantidade de decibéis que o canal vai possuir.
- Os dois módulos “Plot Scope” permitem visualizar o sinal original, antes de sofrer ruído, e após passar pelo meio físico (após o ruído)
- O módulo “Error Calculation” e Display permitem calcular e mostrar a quantidade de erros após a decodificação do sinal.
- Configurar o tempo de simulação para 1.000.000. 



- BPSK:** No bloco “Random Integer Generator”, configurar o parâmetro “M-Ary number” para 2. No bloco “AWGN Channel”, configurar a relação sinal/ruído no meio ( $E_b/N_0$ ) para: a) 30 dBs; b) 20 dBs; c) 10 dBs; d) 0 dBs. Para cada uma dessas opções, verificar a diferença entre o sinal **antes** e **depois** de passar pelo meio físico, bem como os erros no Display.
- QPSK:** Trocar os blocos “BPSK Modulator Baseband” e “BPSK Demodulator Baseband” para os equivalentes QPSK. No bloco “Random Integer Generator”, configurar o parâmetro “M-Ary number” para 4. No bloco “AWGN Channel”, configurar a relação sinal/ruído no meio ( $E_b/N_0$ ) para: a) 30 dBs; b) 20 dBs; c) 10 dBs; d) 0 dBs. Para cada uma dessas opções, verificar no “plot” a diferença entre o sinal **antes** e **depois** de passar pelo meio físico, bem como os erros no Display. Houve diferença na quantidade de erros em alguma das opções?
- 16-QAM:** Trocar os blocos “QPSK Modulator Baseband” e “QPSK Demodulator Baseband” para os equivalentes 16-QAM (“Rectangular WAM Modulator Baseband” e “Rectangular QAM Demodulator Baseband”). No bloco “Random Integer Generator”, configurar o parâmetro “M-Ary number” para 16. No bloco “AWGN Channel”, configurar a relação sinal/ruído no meio ( $E_b/N_0$ ) para: a) 30 dBs; b) 20 dBs; c) 10 dBs; d) 0 dBs. Para cada uma dessas opções, verificar no “plot” a diferença entre o sinal **antes** e **depois** de passar pelo meio físico, bem como os erros no Display. Houve diferença na quantidade de erros em alguma das opções?