

Abaixando este $G\sharp$ de uma oitava, vamos compará-lo com $A\flat$ já determinado. Lembrando que o intervalo de uma terça maior é 5:4, o cálculo apresenta-se assim:

$$E' = 5/2 \text{ (presumido)}; \text{ portanto } C' = 5/2 \times 4/5 = 2;$$

mas, se $C' = 2$, então

$$A\flat = 2 \times 4/5 = 8/5 = 1,6000.$$

Por outro lado,

$$E' = 5/2 \text{ (presumido)} \text{ e } G\sharp = \frac{5/2 \times 5/4}{2} = 25/16 = 1,5625$$

Portanto, precisamos de dois tons entre G e A!

Escolhemos um caso extremo, mas a dificuldade é básica. Uma manifestação muito simples desta dificuldade é o fato óbvio de que a escala Ptolemaica baseada no intervalo C (DA) não é uma quinta verdadeira (3:2) mas uma quinta Dórica, 40:27.

Mesmo colocando duas notas acidentais entre cada nota branca ou natural não nos seria útil; além disso, a música moderna desenvolveu-se até o seu atual estado harmônico, baseando-se em que cada tom inteiro é dividido em dois semitons, de uma única maneira.

Nós temos duas escolhas: abster de modulação as chaves distantes ou fazer concessões na afinação das escalas existentes. A primeira foi feita pelos músicos da igreja primitiva, e o último método de ajustamento das frequências conhecemos como AFINAÇÃO (ou TEMPERAMENTO).

IGUAL AFINAÇÃO é discutida em muitos lugares, entretanto, nem sempre corretamente. O método consiste em dividir a oitava ($2/1$) em doze semitons iguais de valor x . Para determinar x devemos ter $(x)^{12} = 2$, portanto $x = 2^{1/12} = 1,059463$.

Assim todos os intervalos de uma quinta são iguais, sendo sete semitons, ou $2^{7/12}$; $G\sharp$ e $A\flat$ são idênticos e exatamente na metade entre G e A. Se $C = 1$, então $G\sharp = A\flat = (2^{1/12})^8 = 1,587401$ uma vez que existem oito semitons de C a $A\flat$, uma sexta maior. Isto é tão próximo à razão 1,600000 estabelecida pela escala Ptolemaica (Tabelas 3-4) que somente um ouvido excepcionalmente apurado pode dizer que a sexta menor temperada é ligeiramente bemo-lizada.

A quinta temperada torna-se ainda melhor: $(2^{1/12})^7 = 1,498307$; poucos músicos podem detectar a diferença de 17 partes em 15.000 entre a quinta temperada e a quinta verdadeira, cuja razão é 1,5000000. Outros intervalos estão indicados na Tabela 3-5.

Pelo método da igual afinação, $G\sharp$ torna-se idêntico a $A\flat$, e é exatamente esta identidade que permite a rica modulação harmônica que associamos à música dos três últimos séculos. Em termos gerais, a necessidade de uma afinação é atribuída ao fato de que um número é incomensurável com seu logaritmo a menos que esse número seja alguma potência ou raiz da base. Para nosso problema a base é 2; uma vez que qualquer raiz inteira de 2 é irracional, a oitava não pode ser dividida em partes iguais, exceto por razões irracionais. As razões são, pois, dissonantes por causa de nossa hipótese fundamental de razões simples. A razão pela qual a divisão em doze semitons satisfaz tão bem é que $2^{7/12}$ é aproximadamente igual a $3/2$, abaixo do limiar de percepção de diferenças de altura; graças a este limiar finito — um fenômeno fisiológico — devemos o enorme desenvolvimento da harmonia desde 1700, que ainda tem lugar.

TABELA 3-5
INTERVALOS AFINADOS COMPARADOS COM VERDADEIROS

Tom	Escala Verdadeira	Escala Temperada	Porcentagem de Diferença	Intervalo de C
C	1,00000	1,00000	0	Unísono
C \sharp , D \flat ..	1,05946	1,05946	—	Semiton
D	1,12500	1,12246	—	—
D \sharp , E \flat ..	1,20000	1,18921	— 0,9	Terça Menor
E	1,25000	1,25992	+ 0,8	Terça Maior
F	1,33333	1,33484	+ 0,1	Quarta
F \sharp , G \flat ..	1,41421	1,414214 = $\sqrt{2}$	—	Tritono
G	1,50000	1,49831	— 0,1	Quinta
G \sharp , A \flat ..	1,60000	1,58740	— 0,8	Sexta Menor
A	1,66667	1,68179	+ 0,9	Sexta Maior
A \sharp , B \flat ..	1,78180	1,78180	—	—
B	1,87500	1,88775	—	—
C'	2,00000	2,00000	0	Oitava

Afirma-se, muitas vezes, que enquanto é necessário uma afinação para instrumentos com teclas, como o piano, órgão ou flauta, os executantes de instrumentos de arco não precisam se preocupar com a afinação, desde que podem tocar em qualquer tom, mesmo que este seja irracional. É verdade que, tanto quanto possível eles tocarão a escala verdadeira, em passagens de solo escritas em um ou dois modos relacionados; neste aspecto, o instrumento de tecla é