

INF01058

Circuitos Digitais

Funções Booleanas: Mintermos e Maxtermos



Aula 6b

1. Mintermos e Maxtermos - Introdução

- Definição de uma função booleana através de uma tabela-verdade



expressão algébrica da função $F = \text{soma dos termos-produto para os quais } F = 1$

- Mintermo = termo-produto no qual cada variável aparece exatamente 1 vez, complementada (se bit da tabela = 0) ou não (se bit da tabela = 1)
- Tabela-verdade de função com n variáveis tem 2^n mintermos
- Para 3 variáveis

X	Y	Z	Termo-produto	mintermo
0	0	0	$\overline{X}\overline{Y}\overline{Z}$	m0
0	0	1	$\overline{X}\overline{Y}Z$	m1
0	1	0	$\overline{X}Y\overline{Z}$	m2
0	1	1	$\overline{X}YZ$	m3
1	0	0	$X\overline{Y}\overline{Z}$	m4
1	0	1	$X\overline{Y}Z$	m5
1	1	0	$XY\overline{Z}$	m6
1	1	1	XYZ	m7

- **Maxtermo = termo-soma no qual cada variável aparece exatamente 1 vez, complementada (se bit da tabela = 1) ou não (se bit da tabela = 0)**
- **n variáveis => 2ⁿ maxtermos**

$M_j = \overline{m_j}$

 $M1 = X + Y + \overline{Z}$
 $m1 = \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot Z$

DeMorgan

X	Y	Z	termo- produto	termo-soma	maxtermo
0	0	0	$\overline{X}\overline{Y}\overline{Z}$	$X + Y + Z$	M0
0	0	1	$\overline{X}\overline{Y}Z$	$X + \overline{Y} + \overline{Z}$	M1
0	1	0	$\overline{X}Y\overline{Z}$	$X + \overline{Y} + Z$	M2
0	1	1	$\overline{X}YZ$	$X + \overline{Y} + \overline{Z}$	M3
1	0	0	$X\overline{Y}\overline{Z}$	$\overline{X} + Y + \overline{Z}$	M4
1	0	1	$X\overline{Y}Z$	$\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}$	M5
1	1	0	$XY\overline{Z}$	$\overline{X} + \overline{Y} + Z$	M6
1	1	1	XYZ	$\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}$	M7

2. Representação de Funções Booleanas por Mintermos e Maxtermos

- Expressão algébrica de função booleana dada por tabela-verdade = soma lógica dos mintermos que produzem 1 na função

- Exemplo

X	Y	Z	F	\bar{F}
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

$$F = \bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + \bar{X}Y\bar{Z} + X\bar{Y}Z + XYZ = m_0 + m_2 + m_5 + m_7 = \Sigma m (0,2,5,7)$$

$$\bar{F} = \Sigma m (1,3,4,6) \quad (\text{os mintermos que faltam em } F)$$

$$\bar{\bar{F}} = \overline{m1 + m3 + m4 + m6} = \overline{m1} \cdot \overline{m3} \cdot \overline{m4} \cdot \overline{m6} = M1 \cdot M3 \cdot M4 \cdot M6$$

- Portanto

$F = \Pi M (1,3,4,6)$ produto lógico dos maxtermos que produzem 0 na função

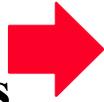
- Tomando uma função que não é uma soma de mintermos $E = \bar{Y} + \bar{X} \bar{Z}$

pode-se obter a forma de soma dos mintermos através da tabela-verdade

X	Y	Z	E
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$$E = \Sigma m (0,1,2,4,5)$$

soma de mintermos
produto de maxtermos



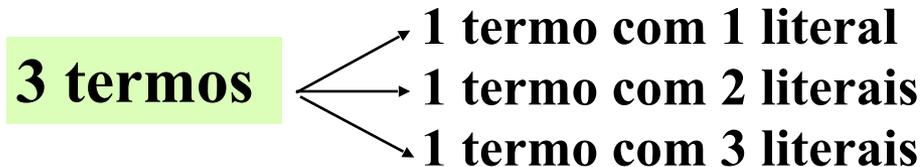
**“formas - padrão” de expressões algébricas
(também ditas “formas canônicas”)**

- **soma de mintermos contém**
 - **máximo número de termos-produto**
 - **máximo número de literais em cada termo**

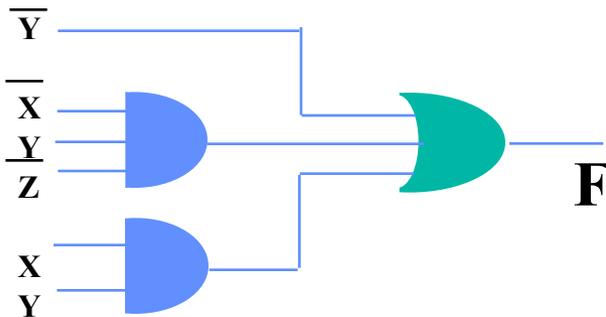
3. Soma de Produtos (SDP)

- Uma forma de soma de mintermos pode ser simplificada para uma soma de produtos, reduzindo-se número de termos e de literais.
 - manipulação algébrica
 - outras técnicas
- Soma de produtos (SDP) contém termos com 1 , 2 , . . . , n literais

• Exemplo $F = \bar{Y} + \bar{X}Y\bar{Z} + XY$



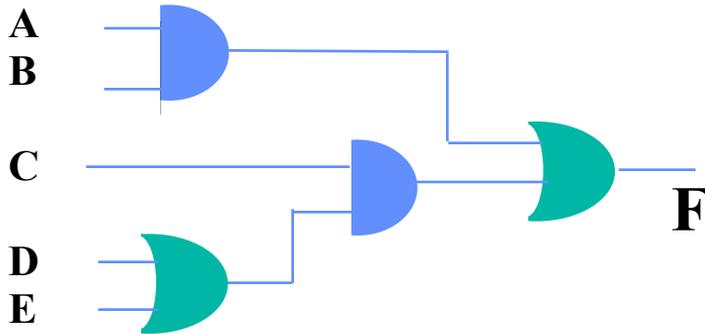
- Circuito Lógico



Circuito tipo AND-OR
esta é uma implementação em 2 níveis

- Tomando uma expressão que não é SDP

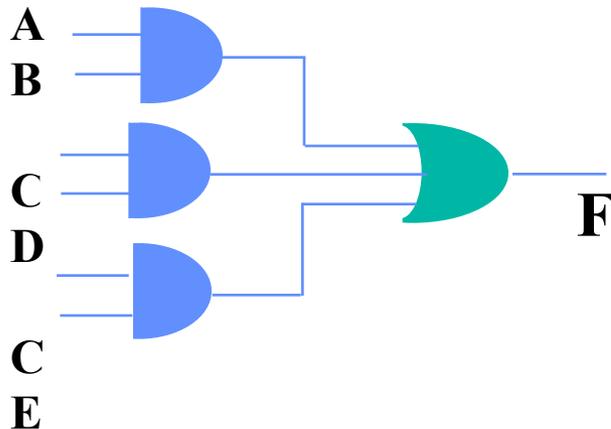
$$F = AB + C(D + E)$$



Esta é uma implementação em 3 níveis
4 portas, 8 entradas

tempo de propagação máximo =
3 x tempo de uma porta

- Convertendo para uma SDP



$$F = AB + C(D + E) \\ = AB + CD + CE$$

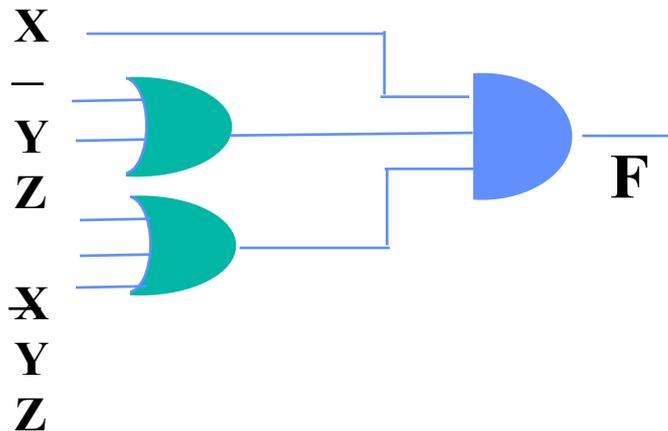
implementação em 2 níveis
4 portas, 9 entradas

tempo de propagação máximo =
2 x tempo de uma porta

4. Produto de Somas

- Exemplo $F = X(\bar{Y} + Z)(X + Y + \bar{Z})$

- Circuito Lógico



Implementação também em 2 níveis
circuito tipo OR-AND