INF01058

Circuitos Digitais

Minimização de Funções Booleanas
Método de Quine-McCluskey

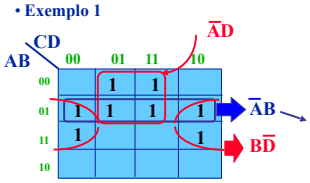
Aula 11

• Obtenção dos implicantes primos essenciais

Verificar cada mintermo com 1 → se for coberto só por 1 implicante primo, então este é implicante primo essencial

• Algoritmo para obtenção da expressão simplificada para a função
1. Obter implicantes primos
2. Obter implicantes primos essenciais
3. Expressão = soma lógica dos implicantes primos essenciais
+
outros implicantes primos necessários para cobrir outros mintermos

• Exemplo 1

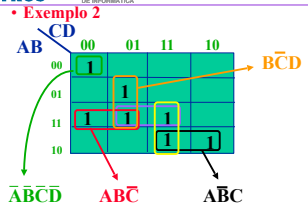


3 implicantes primos
$\bar{A}D$ → essencial
$\bar{A}\bar{B}$
$B\bar{D}$ → essencial

Não é essencial - todos seus mintermos são cobertos por mais de 1 implicante primo

$F = \bar{A}D + B\bar{D}$

• Exemplo 2



$F = \Sigma\, m\,(0,5,10,11,12,13,15)$

6 implicantes primos

p1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	essencial	m0
p2	$B\bar{C}D$	essencial	m5
p3	$AB\bar{C}$	essencial	m12
p4	ABD	escolher entre 1 destes	
p5	ACD		
p6	$A\bar{B}C$	essencial	m10

• Tabela de Cobertura

	m0	m5	m10	m11	m12	m13	m15	
p1	X							essencial
p2		X				X		essencial
p3					X	X		essencial
p4						X	X	escolher entre 1 destes
p5				X			X	
p6			X	X				essencial

falta cobrir só m15 - pode-se escolher p4 ou p5

$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}D + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} +$ ABD ou ACD

Método de Quine - McCluskey

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

por Alexandre Casacurta

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Coluna 0
0000 (0)
0100 (4)
1000 (8)
0101 (5)
0110 (6)
1001 (9)
1010 (10)
0111 (7)
1101 (13)
1111 (15)

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0) X	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) X 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

UFRGS INSTITUTO DE INFORMÁTICA

Circuitos Digitais

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

UFRGS INSTITUTO DE INFORMÁTICA

Circuitos Digitais

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

UFRGS INSTITUTO DE INFORMÁTICA

Circuitos Digitais

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

UFRGS INSTITUTO DE INFORMÁTICA

Circuitos Digitais

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

UFRGS INSTITUTO DE INFORMÁTICA

Circuitos Digitais

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

UFRGS INSTITUTO DE INFORMÁTICA

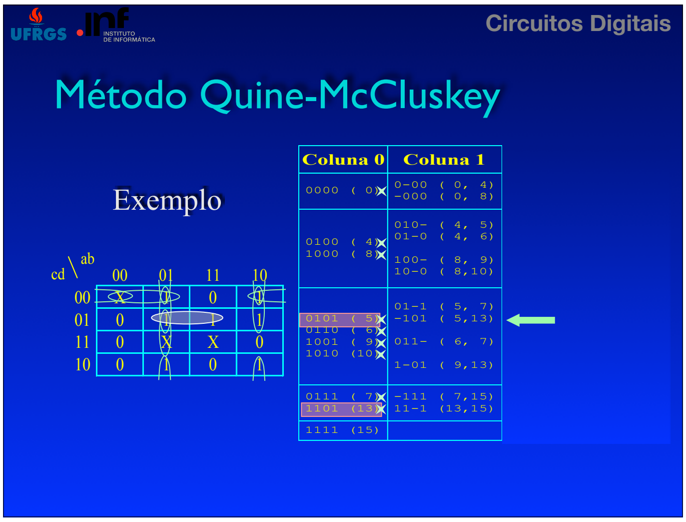
Circuitos Digitais

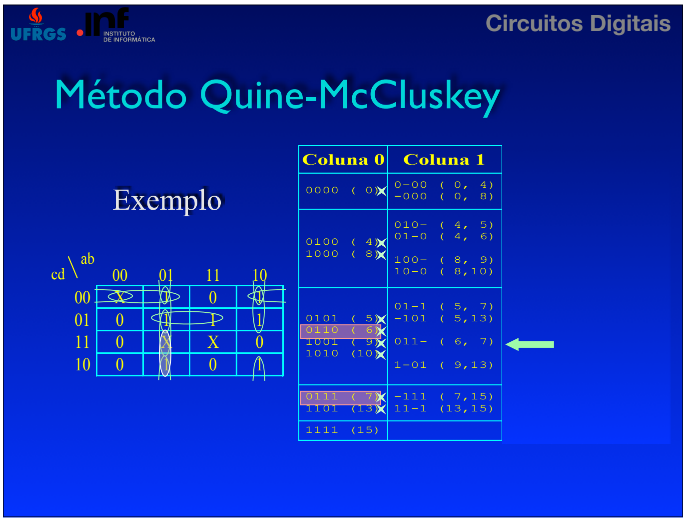
Método Quine-McCluskey

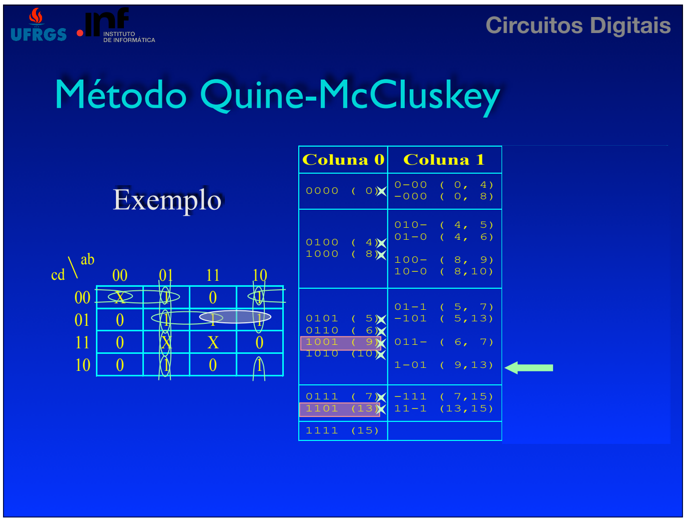
Exemplo

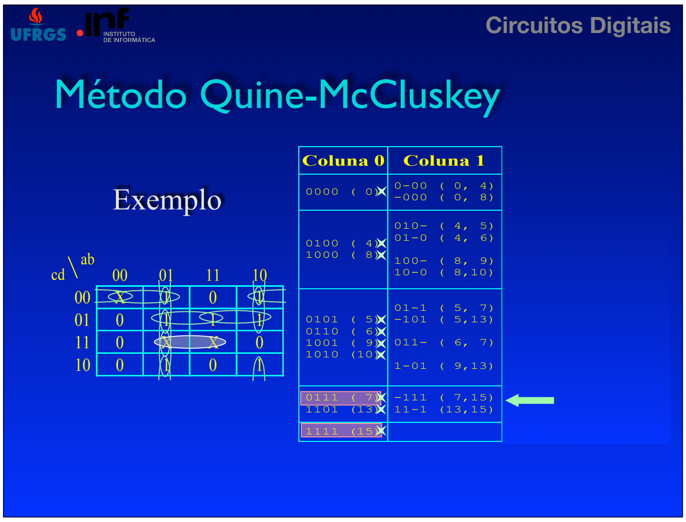
cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

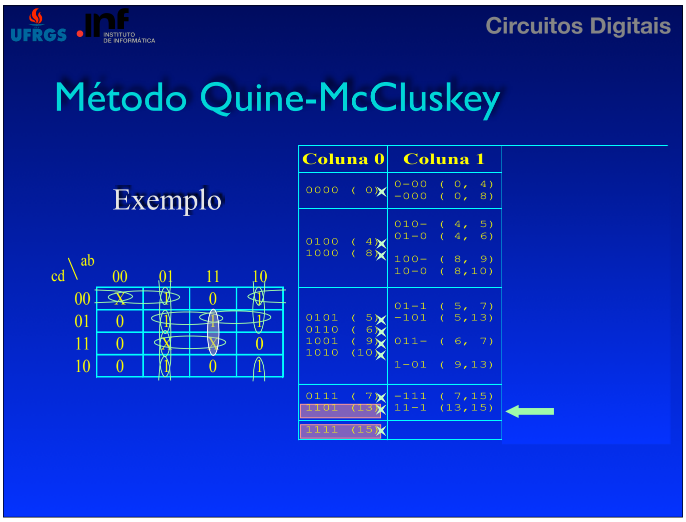
Coluna 0	Coluna 1
0000 (0)	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)
0100 (4) 1000 (8)	010- (4, 5) 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)
0101 (5) 0110 (6) 1001 (9) 1010 (10)	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) 1-01 (9,13)
0111 (7) 1101 (13)	-111 (7,15) 11-1 (13,15)
1111 (15)	

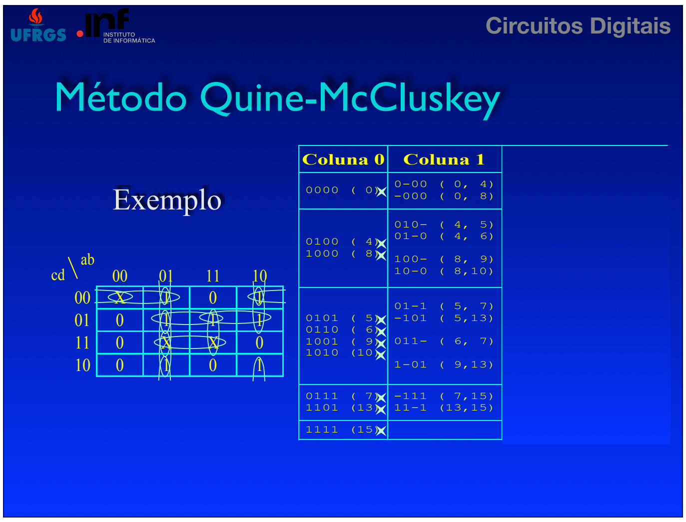

UFRGS
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
Circuitos Digitais
Método Quine-McCluskey
Exemplo
cd \ ab
00 01 11 10
00 X 1 0 1
01 0 1 1 1
11 0 X X 0
10 0 1 0 1
Coluna 0
0000 (0)
0100 (4)
1000 (8)
0101 (5)
0110 (6)
1001 (9)
1010 (10)
0111 (7)
1101 (13)
1111 (15)
Coluna 1
0-00 (0, 4)
-000 (0, 8)
010- (4, 5)
01-0 (4, 6)
100- (8, 9)
10-0 (8,10)
01-1 (5, 7)
-101 (5,13)
011- (6, 7)
1-01 (9,13)
-111 (7,15)
11-1 (13,15)


UFRGS
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
Circuitos Digitais
Método Quine-McCluskey
Exemplo
cd \ ab
00 01 11 10
00 X 1 0 1
01 0 1 1 1
11 0 X X 0
10 0 1 0 1
Coluna 0
0000 (0)
0100 (4)
1000 (8)
0101 (5)
0110 (6)
1001 (9)
1010 (10)
0111 (7)
1101 (13)
1111 (15)
Coluna 1
0-00 (0, 4)
-000 (0, 8)
010- (4, 5)
01-0 (4, 6)
100- (8, 9)
10-0 (8,10)
01-1 (5, 7)
-101 (5,13)
011- (6, 7)
1-01 (9,13)
-111 (7,15)
11-1 (13,15)


UFRGS
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
Circuitos Digitais
Método Quine-McCluskey
Exemplo
cd \ ab
00 01 11 10
00 X 1 0 1
01 0 1 1 1
11 0 X X 0
10 0 1 0 1
Coluna 0
0000 (0)
0100 (4)
1000 (8)
0101 (5)
0110 (6)
1001 (9)
1010 (10)
0111 (7)
1101 (13)
1111 (15)
Coluna 1
0-00 (0, 4)
-000 (0, 8)
010- (4, 5)
01-0 (4, 6)
100- (8, 9)
10-0 (8,10)
01-1 (5, 7)
-101 (5,13)
011- (6, 7)
1-01 (9,13)
-111 (7,15)
11-1 (13,15)

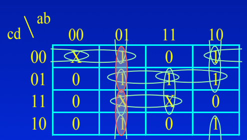

UFRGS
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
Circuitos Digitais
Método Quine-McCluskey
Exemplo
cd \ ab
00 01 11 10
00 X 1 0 1
01 0 1 1 1
11 0 X X 0
10 0 1 0 1
Coluna 0
0000 (0)
0100 (4)
1000 (8)
0101 (5)
0110 (6)
1001 (9)
1010 (10)
0111 (7)
1101 (13)
1111 (15)
Coluna 1
0-00 (0, 4)
-000 (0, 8)
010- (4, 5)
01-0 (4, 6)
100- (8, 9)
10-0 (8,10)
01-1 (5, 7)
-101 (5,13)
011- (6, 7)
1-01 (9,13)
-111 (7,15)
11-1 (13,15)


UFRGS
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
Circuitos Digitais
Método Quine-McCluskey
Exemplo
cd \ ab
00 01 11 10
00 X 1 0 1
01 0 1 1 1
11 0 X X 0
10 0 1 0 1
Coluna 0
0000 (0)
0100 (4)
1000 (8)
0101 (5)
0110 (6)
1001 (9)
1010 (10)
0111 (7)
1101 (13)
1111 (15)
Coluna 1
0-00 (0, 4)
-000 (0, 8)
010- (4, 5)
01-0 (4, 6)
100- (8, 9)
10-0 (8,10)
01-1 (5, 7)
-101 (5,13)
011- (6, 7)
1-01 (9,13)
-111 (7,15)
11-1 (13,15)


UFRGS
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
Circuitos Digitais
Método Quine-McCluskey
Exemplo
cd \ ab
00 01 11 10
00 X 1 0 1
01 0 1 1 1
11 0 X X 0
10 0 1 0 1
Coluna 0
0000 (0)
0100 (4)
1000 (8)
0101 (5)
0110 (6)
1001 (9)
1010 (10)
0111 (7)
1101 (13)
1111 (15)
Coluna 1
0-00 (0, 4)
-000 (0, 8)
010- (4, 5)
01-0 (4, 6)
100- (8, 9)
10-0 (8,10)
01-1 (5, 7)
-101 (5,13)
011- (6, 7)
1-01 (9,13)
-111 (7,15)
11-1 (13,15)

Método Quine-McCluskey

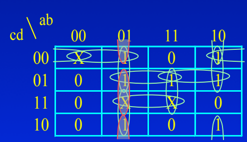
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0) X	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) X 1000 (8) X	010- (4, 5) X 01-0 (4, 6) 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) X 0110 (6) X 1001 (9) X 1010 (10) X	01-1 (5, 7) -101 (5,13) 011- (6, 7) X 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) X 1101 (13) X	-111 (7,15) 11-1 (13,15)	
1111 (15) X		

Método Quine-McCluskey

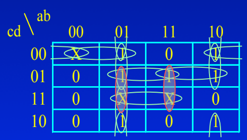
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0) X	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) X 1000 (8) X	010- (4, 5) X 01-0 (4, 6) X 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) X 0110 (6) X 1001 (9) X 1010 (10) X	01-1 (5, 7) X -101 (5,13) 011- (6, 7) X 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) X 1101 (13) X	-111 (7,15) 11-1 (13,15)	
1111 (15) X		

Método Quine-McCluskey

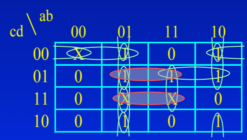
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0) X	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) X 1000 (8) X	010- (4, 5) X 01-0 (4, 6) X 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) X 0110 (6) X 1001 (9) X 1010 (10) X	01-1 (5, 7) X -101 (5,13) X 011- (6, 7) X 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) X 1101 (13) X	-111 (7,15) 11-1 (13,15) X	
1111 (15) X		

Método Quine-McCluskey

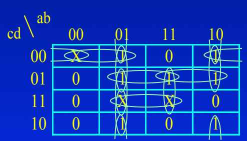
Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0) X	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) X 1000 (8) X	010- (4, 5) X 01-0 (4, 6) X 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) X 0110 (6) X 1001 (9) X 1010 (10) X	01-1 (5, 7) X -101 (5,13) X 011- (6, 7) X 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) X 1101 (13) X	-111 (7,15) X 11-1 (13,15) X	
1111 (15) X		

Método Quine-McCluskey

Exemplo



Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2
0000 (0) X	0-00 (0, 4) -000 (0, 8)	
0100 (4) X 1000 (8) X	010- (4, 5) X 01-0 (4, 6) X 100- (8, 9) 10-0 (8,10)	01-- (4, 5, 6, 7)
0101 (5) X 0110 (6) X 1001 (9) X 1010 (10) X	01-1 (5, 7) X -101 (5,13) X 011- (6, 7) X 1-01 (9,13)	-1-1 (5, 7,13,15)
0111 (7) X 1101 (13) X	-111 (7,15) X 11-1 (13,15) X	
1111 (15) X		

Tabela de Cobertura

Tabela de Cobertura	4	5	6	8	9	10	13
(0, 4) 0-00	X						
(0, 8) -000				X			
(8, 9) 100-				X	X		
(8,10) 10-0				X		X	
(9,13) 1-01					X		X
(4, 5, 6, 7) 01--	X	X	X				
(5, 7,13,15) -1-1		X					X