Entrega: 16/11/2005
(Entregar manuscrito)

1^a Lista de Exercícios sobre Cálculo λ

1. Diga quais são as variáveis livres e ligadas de cada expressão lambda abaixo (no caso de ligadas, indique a qual variável) e reduza as expressões até obter uma forma normal (se possível). *Em cada passo de β -redução indique qual função está sendo aplicada a quais argumentos; e em cada passo de α -redução, indique qual variável está sendo trocada.*

(a) $\lambda x. (\lambda y. y) x$

(b) $(\lambda x. (\lambda y. y)) x$

(c) $(y \lambda y. (\lambda y. x) y)$

(d) $((\lambda x. \lambda y. x y) \lambda x. x x) a$

(e) $(\lambda x. \lambda x. \lambda y. x y) a (\lambda y. y) b$

(f) $(\lambda c. c (\lambda a. \lambda b. b)) ((\lambda a. \lambda b. \lambda f. f a b) p q)$

2. Usando as constantes definidas no cálculo lambda puro, verifique as seguintes reduções (ou seja, substitua as funções sucessor, soma, conjunção, e os números e booleanos por suas representações em cálculo λ e mostre a redução):

(a) $Succ\ 0 \Rightarrow_{\delta} 1$

(b) $Add\ 2\ 3 \Rightarrow_{\delta} 5$

(c) $And\ F\ F \Rightarrow_{\delta} F$

3. Abaixo está uma definição de multiplicação de números naturais em cálculo lambda. Explique porque esta definição está correta e calcule $((Mul\ 2)\ 4)$ usando esta definição (ou seja, mostre a redução).

$$Mul \equiv \lambda m. \lambda n. \lambda a. (m\ (n\ a))$$