

Prova Técnicas de busca heurística

Um colega propõe a seguinte vizinhança para o espaço de permutações S_n : pegue (ciclicamente) qualquer número $k > 1$ de elementos consecutivos e desloca-os ciclicamente uma posição para a esquerda.

Questão 1 (Vizinhanças, 4pt)

- Essa vizinhança é simétrica? Conectada?
- Considerando somente $k > 2$ essa vizinhança é simétrica? Conectada?
- Dê um exemplo de uma função objetivo onde essa vizinhança é fracamente otimamente conectada.
- Dê um exemplo de uma função objetivo onde essa vizinhança não é fracamente otimamente conectada.

Questão 2 (Vizinhanças eficientes, 2.5pt)

O colega quer aplicar essa vizinhança no problema do caixeiro viajante. Quantos vizinhos uma solução tem? Dê um algoritmo que calcule o custo de um vizinho em $O(1)$.

Questão 3 (Tempera Simulada, 2.5pt)

O colega quer aplicar a vizinhança no problema do caixeiro viajante, mais especificamente num algoritmo de Tempera Simulada.

- Estabeleça um limite superior para o aumento máximo do custo de um rota nesta vizinhança.
- Com base nesse limite, defina a temperatura necessária para aceitar o maior aumento com probabilidade pelo menos e^{-k} , $k > 0$.

Questão 4 (Testes estatísticos, 3pt)

No final, o colega implementou sua heurística e quer compará-la com outras duas. Três heurísticas foram aplicadas em dez instâncias de um problema de minimização até encontrar um valor perto da otimalidade (para um dado limite inferior). Os tempos de execução foram

Instância	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tempo colega	6.2	5.2	5.3	3.9	4.1	4.4	3.3	4.7	3.6	4.2
Tempo heurística A	2.5	3.9	4.2	2.9	3.9	3.7	5.8	3.5	3.3	4.9
Tempo heurística B	2.7	4.1	2.1	4.6	3.1	3.2	3.5	2.6	4.7	3.1

- Qual o valor p (p -value) de um teste de sinal comparando os tempos de execução da heurísticas do colega com a heurísticas A, com a hipótese nula que os tempos são iguais e a hipótese alternativa que a heurística precisa um tempo maior que heurística A? E para heurística B?
- O que seria um teste adequado para decidir se os efeitos das três heurísticas são iguais ou não? Justifique brevemente.

Fórmulas e tabelas A tabela da distribuição binomial $B(k; n, p)$ para $n = 10$, $p = 0.5$ é

k	0/10	1/9	2/8	3/7	4/6	5
$\Pr(X = k)$	0.001	0.010	0.044	0.117	0.205	0.246
$\Pr(X \geq k)$	1.000	0.999	0.989	0.945	0.828	0.623
k	6	7	8	9	10	
$\Pr(X \geq k)$	0.377	0.172	0.055	0.011	0.001	

A covariância de duas variáveis aleatórias X e Y é

$$\text{cov}(X, Y) = E[(X - E[X])E[Y - E[Y]]] = E[XY] - E[X]E[Y].$$

A variância de uma variável aleatória X é a covariância com si mesmo

$$\sigma(X) = \text{cov}(X, X) = E[X^2] - E[X]^2$$

e o seu *desvio padrão* é $\sigma(X) = \sqrt{\text{cov}(X)}$. A *correlação* entre duas variáveis aleatórias é a covariância normalizada

$$\rho(X, Y) = \text{cov}(X, Y) / (\sigma(X)\sigma(Y)).$$