Soluções técnicas de busca heurística

Questão 1 (Heurísticas por construção e modificação, 4pt)

a) A tabela que segue mostra a cardinalidade do corte em função do vértice escolhido em cada passo.

Iteração	Corte (conjunto V_1)	Valor atual	1	2	3	4	5	6
1	$\emptyset$	0	3	3	3	3	2	2
2	$\{1\}$	3	-	4	4	6	3	5
3	$\{1,4\}$	6	-	5	5	-	6	6

Logo depois de dois passos a construção termina com corte $(\{1,4\},\{2,3,5,6\})$.

b) Podemos construir um lista de candidatos ordenados pelo valor do corte, como no item anterior, e escolher um vértice aleatória entre os $\lfloor \alpha\% \rfloor$ melhores, por exemplo. Aplicando isso obtemos (os elementos que satisfazem o critério são sublineados).

Iteração	Corte (conjunto V_1)	Valor atual	1	2	3	4	5	6
1	$\emptyset$	0	$\underline{3}$	$\underline{3}$	$\underline{3}$	3	2	2
2	$\{3\}$	3	4	$\underline{6}$	-	4	3	$\underline{5}$
3	$\{3,6\}$	5	$\underline{6}$	$\underline{6}$	-	4	5	-
4	$\{1,3,6\}$	5	-	$\underline{5}$	-	5	4	-

c) Entre as possíveis trocas $(1,2),(1,4),(1,5),(2,3),(3,4),(3,5),(2,6),(4,6),(5,6)$ nenhuma possui um valor maior que 6, logo a busca fica na solução atual $(\{1,3,6\},\{2,4,5\})$.

d) A vizinhança é simétrica, porque duas aplicações de uma troca (u,v) volta para a solução atual, não fracamente otimamente conectada, porque os conjuntos V_1 e V_2 sempre tem a mesma cardinalidade. Por isso também não é exata.

Questão 2 (Busca tabu e tempera simulada, 3pt)

a) Temos vizinhos válidos não-tabu $(1,0,1,1,0)$, $(0,1,1,1,0)$. Os vizinhos $(0,0,0,1,0)$ e $(0,0,1,0,0)$ não são válidos e o vizinho $(0,0,1,1,1)$ é tabu. Os dois vizinhos válidos não-tabu tem valor 14 e 12, logo a busca tabu escolhe o primeiro, e coloca $(x_1,0)$ na lista tabu, para evitar que x_1 assume o valor anterior nas próximas iterações.

b) A probabilidade (com $k=1$) é $e^{-\Delta/T}$, então nesse caso $e^{-4/3} \approx 0.26$. Para aceitar com probabilidade $1/e^2$ a temperatura precisaria ser 2.

Questão 3 (Testes estatísticos, 3pt)

a) A heurística 1 precisa 6 vezes um tempo maior que a heurística 2. Logo, o valor p do teste do sinal é 0.377 e não podemos concluir que a heurística 1 é pior que heurística 2.

b) Não podemos supor que os tempos de execução são distribuídos normalmente, e temos poucas amostras, então o teste deve ser não-paramétrico. Além disso o teste é pareado. Logo um teste adequado seria o teste de Friedman. Como são somente três heurísticas três testes individuais não-paramétricos pareados com nível de significância $\alpha/3$ (correção de Infernou) também é uma escolha aceitável.

Questão 4 (MAX-SAT, 4pt)

Temos

x_1	x_2	x_3	x_4	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	φ	d^*	Tipo
0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	6	1	Min
0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	6	1	Min
0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	7	0	Max
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7	0	Max
0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	6	2	Pla
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	6	2	Pla
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	6	1	Min
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	6	1	Min
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	6	2	Pla
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	6	2	Pla
1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	6	1	Min
1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	6	1	Min
1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	6	3	Pla
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	6	3	Pla
1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	6	2	Pla
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	6	2	Pla
Soma											98	24	

Dos quatro vizinhos de cada solução pelo menos dois possuem valor 6. Logo, as duas soluções com valor 7 são máximos locais não-estritos, porque eles são vizinhos. Todas outras soluções são plateaus ou mínimos locais (não-estritos). Os mínimos locais são justamente as soluções com distância Hamming $d^* = 1$ para uma das soluções de valor 7. Logo temos dois máximos locais, seis mínimos locais e oito plateaus e a prioridade a priori de uma solução ser um mínimo local é 1/8.
Para determinar o sinal da correlação é suficiente calcular $\langle\varphi\rangle = 98/16 = 6.125$, $\langle d^*\rangle = 24/16 = 1.5$ e $\langle\varphi d^*\rangle$. A última expressão nesse caso é igual $6\langle d\rangle = 9$. Logo a correlação $\rho(\varphi, d^*)$ é negativa, porque $\langle\varphi d^*\rangle < \langle\varphi\rangle\langle d^*\rangle$.