

## Soluções Técnicas de busca heurística

### Questão 1 (Busca tabu e tempera simulada)

A questão tinha soluções atuais e listas tabu diferentes. Segue uma solução exemplária.

- a) Com solução atual  $x = (1, 0, 0, 0, 1)^t$  e lista tabu  $L = \{(x_1, 0), (x_4, 0)\}$  nenhum 1-flip é tabu, e flips de  $x_2$ ,  $x_3$ , e  $x_4$  são factíveis. O melhor vizinho é  $x' = (1, 1, 0, 0, 1)^t$  e o elemento  $(x_2, 0)$  entra na lista tabu.
- b) A probabilidade é  $\exp(-2/3) \approx 0.51$ ; para uma probabilidade de  $\exp(-2)$  precisa  $T = 1$ .

### Questão 2 (Sistemas de conjuntos)

Define um universo  $U = V$ . Como o problema padrão de um sistema de conjuntos é de maximização, vamos definir a família de subconjuntos  $\mathcal{V}$  válidas como complementos de coberturas, i.e.

$$\mathcal{V} = \{\overline{C} \mid C \subseteq V \text{ é uma cobertura}\}$$

com  $\overline{C} = V \setminus C$  o complemento do conjunto  $C$ .

O sistema é *accessível*, porque para um conjunto viável  $\overline{C} \neq \emptyset$  temos uma cobertura  $C \neq V$ . Para qualquer vértice  $v \in \overline{C}$ ,  $C' = C \cup \{v\}$  também é uma cobertura  $C' \supset C$ , logo  $\overline{C'} \subset \overline{C}$  é uma conjunto viável. Um argumento similar mostra que o sistema de fato é *independente*.

Porém o sistema não satisfaz a propriedade de troca: considere uma estrela  $K_{1,3} = ([4], \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}\})$  e os conjuntos viáveis  $T = \{1\}$  e  $S = \{2, 3, 4\}$ . Como  $|S| > |T|$  deve existir um  $u \in S \setminus T$  tal que  $T \cup \{u\} \in \mathcal{V}$ . Porém  $T \cup \{2\} = \{1, 2\} \notin \mathcal{V}$ , porque  $\{3, 4\}$  não é uma cobertura, e similarmente para  $u \in \{3, 4\}$ .

### Questão 3 (Buscas locais e vizinhanças)

A questão tinha variantes da vizinhança. Aqui uma resposta exemplário com uma vizinhança que remove um elemento e reinsere numa outra posição.

- a) A vizinhança é conectada, porque ele inclui trocas de elementos adjacentes e qualquer permutação pode ser obtida por uma série de transposições. (Essa resposta vale para todas variantes.)
- b) É suficiente definir  $\phi(\pi) = 1$  constante.
- c) É suficiente definir  $\phi(\pi) = 1$  constante. Um exemplo de uma função objetivo mais interessante é a distância em termos de inversões (“bubble sort distance”) para uma permutação alvo  $\rho$  fixa.

### Questão 4 (Testes estatísticos)

A sequência de resultados foi aleatória. Exemplariamente para 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1: podemos selecionar, por exemplo, um teste de sinal. Neste caso temos 10 sucessos em 16 tentativas. A probabilidade de observar 10 ou mais sucessos caso a moeda é justa é  $p = 0.10506$ . Logo, não podemos rejeitar a hipótese nula de uma moeda justa.

### Questão 5 (Religamento de caminhos)

A questões tinham matrizes diferentes. Exemplariamente segue a resposta para

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 6 & 4 & 6 & 4 & 5 & 10 & 2 & 2 \\ 8 & 0 & 10 & 2 & 5 & 6 & 8 & 8 & 3 & 6 \\ 1 & 10 & 0 & 3 & 9 & 7 & 6 & 1 & 2 & 7 \\ 8 & 5 & 9 & 0 & 10 & 7 & 7 & 7 & 10 & 7 \\ 8 & 5 & 4 & 7 & 0 & 4 & 3 & 9 & 8 & 7 \\ 3 & 1 & 3 & 3 & 6 & 0 & 2 & 3 & 6 & 9 \\ 8 & 1 & 7 & 4 & 6 & 7 & 0 & 5 & 9 & 6 \\ 5 & 7 & 9 & 4 & 2 & 3 & 9 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 8 & 9 & 3 & 7 & 8 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 10 & 3 & 8 & 2 & 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

É necessário definir uma distância: vamos usar o número de inversões (“bubble sort distance”) entre as permutações, i.e. somente trocas que reduzem o número de inversões são permitidas. Vamos usar uma representação hexadecimal para as cidades, para facilitar a notação.

| Solução(Valor) | Candidatos (Valores)                           |
|----------------|------------------------------------------------|
| 123456789a(47) | 132456789a(48), 123456798a(56)                 |
| 132456789a(48) | 312456789a(37), 134256789a(39), 132456798a(57) |
| 312456789a(37) | 314256789a(35), 312456798a(46)                 |
| 314256789a(35) | 314526789a(42), 314256798a(44)                 |
| 314526789a(42) | 314526798a(51)                                 |
| 314526798a(51) | 314526978a(50), 31452679a8(49)                 |
| 3145926a78     | Solução guia                                   |