

Exercícios unidade 3

Questão 0.1 (Problemas com solução inteira)

Baseado numa análise da unimodularidade total da matriz de coeficientes, a relaxação linear de quais dessas problemas tem uma solução inteira?

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{s.a} & x_1 \leq 3 \\ & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_2 + x_3 \leq 5 \\ & x_3 \leq 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}_+ \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 + x_3 \leq 4 \\ & x_2 + x_3 \leq 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}_+ \end{array}$$

Questão 0.2 (Planos de cortes)

A solução do programa inteiro

$$\begin{array}{ll} \max & 7x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a} & 7x_2 + 2x_3 \geq 0 \\ & -x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ & 5x_2 + x_3 \leq 20 \\ & -2x_2 - 2x_3 \leq -7 \\ & x_2, x_3 \in \mathbb{Z} \end{array}$$

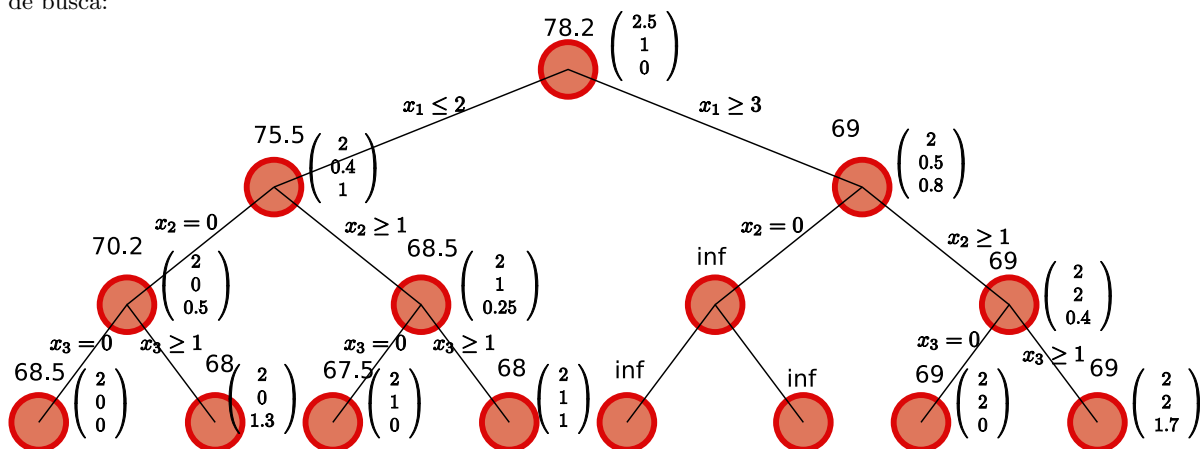
gera, após de uma sequência de cortes e re-otimizações, o dicionário

$$\begin{array}{lll} z = & 29 & -1x_5 \quad -1x_8 \\ x_1 = & 29 & -1x_5 \quad -1x_8 \\ x_3 = & 5/3 & +2/3x_5 \quad -5/3x_8 \\ x_6 = & 11/3 & +2/3x_5 \quad -8/3x_8 \\ x_2 = & 11/3 & -1/3x_5 \quad +1/3x_8 \\ x_4 = & 13/3 & -5/3x_5 \quad +11/3x_8 \\ x_7 = & 4/3 & -2/3x_5 \quad +5/3x_8 \end{array}$$

1. Qual o corte que corresponde com a restrição x_3 nesse sistema?
2. Insere esse corte e re-otimiza o sistema usando o método Simplex dual. Qual a nova solução?

Questão 0.3 (Branch-and-Bound)

Uma busca exaustiva para a solução máxima inteira de um programa inteiro gerou (até nível 3) a seguinte árvore de busca:



Do lado direito dos nós da árvore está escrito a solução $x = (x_1 x_2 x_3)^t$ da relaxação linear e em cima dos nós o valor correspondente (com o valor “inf” para um problema inviável). Supõe que nessa árvore de busca seria aplicado um algoritmo de Branch-and-Bound com busca por profundidade, processando os filhos de um nó da esquerda para direita. Quais cortes seriam aplicadas? Escreva a ordem de processamento dos nós, marca todos cortes na árvore e justifique o tipo de corte aplicado.

Questão 0.4 (Programação inteira)

Quais afirmações são verdadeiras, quais falsas? Justifique a resposta.

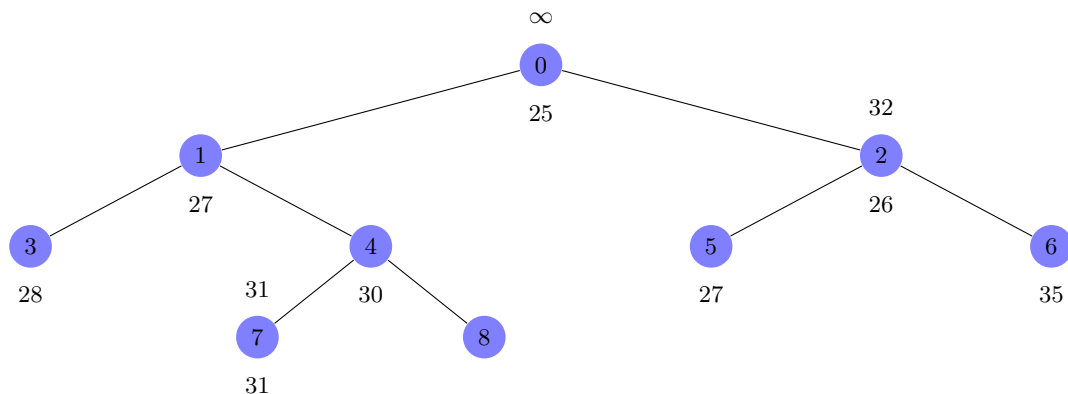
1. Problemas de programação linear em geral são mais fáceis de resolver que problemas de programação inteira.
2. Para problemas de programação inteira, o número de variáveis inteiras, em geral é mais importante que o número de restrições para determinar a dificuldade de resolver o problema.
3. Para resolver um problema de programação inteira, podemos aplicar o método Simplex à relaxação linear e depois arredondar a solução para solução inteira mais próximo. Isso nos fornece uma solução válida, mas não necessariamente ótima.
4. A região viável de uma relaxação linear é um subconjunto da região viável do programa inteiro correspondente.
5. Se a solução ótima de uma relaxação linear é inteira, então essa relaxação linear e o programa inteiro correspondente possuem a mesma solução ótima.

Questão 0.5 (Matrizes totalmente unimodulares)

Quantas das 81 matrizes 2×2 em $\{-1, 0, 1\}^{2 \times 2}$ são totalmente unimodulares? Justifique.

Questão 0.6 (Branch and bound)

Considere a seguinte árvore parcial de busca com branch and bound de um problema de *minimização*.



(Abaixo de cada vértice: Limite inferior da subárvore. Acima: Limite superior (solução encontrada))

- Quais são os melhores limites inferiores e superiores da solução ótima que podem ser determinados com a informação da árvore? Justifique.
- Quais vértices podem ser cortados e quais tem que ser explorados mais para achar a solução ótima? Justifique e descreva o tipos de cortes aplicados.