

Exercícios unidade 3

Questão 0.1 (Nemhauser, Wolsey)

Demonstra que

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

não é totalmente unimodular, mas $\{x \mid Ax = b\}$ é integral para todos vetores integrais b .

Questão 0.2 (Korte, Vygen)

Matrizes intervalares são matrizes 0-1 tal que, em cada linha os elementos com valor 1 são consecutivos. Demonstra que cada matriz intervalar é totalmente unimodular.

Questão 0.3 (Nemhauser, Wolsey)

Demonstra que

- a) Para $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\} \neq \emptyset$, $\pi^t x \leq \pi_0$ é uma desigualdade válida para P se e somente se existe um $u \in \mathbb{R}_+^m$ tal que $u^t A = \pi^t$ e $u^t b \leq \pi_0$.
- b) Para $P = \{x \in \mathbb{R}_+^n \mid Ax \leq b, x \leq d\} \neq \emptyset$, $\pi^t x \leq \pi_0$ é uma desigualdade válida para P se e somente se existe um $u \in \mathbb{R}_+^m$ e um $w \in \mathbb{R}_+^n$ tal que $u^t A + w = \pi^t$ e $u^t b + w^t d \leq \pi_0$.

Questão 0.4 (Maculan, Fampa)

Resolver

$$\begin{array}{ll} \text{minimiza} & 4x_1 + 5x_2 \\ \text{sujeito a} & 3x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1 + 4x_2 \geq 5 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 7 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \end{array}$$

com o método de cortes de Gomory e ilustrar no plano x_1 - x_2 os cortes gerados.

Questão 0.5 (Nemhauser, Wolsey)

Verifique que as matrizes

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

são totalmente unimodular, mas

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

não.

Questão 0.6 (Nemhauser, Wolsey)

Demonstra que se A é uma matriz 0, 1, -1 tal que a soma dos elementos de cada submatriz quadrada, com somas pares nas linhas e colunas, e divisível por 4, então A é totalmente unimodular.