

Nome: _____

Prova 1

Observações gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta. Você ganha pontos para explicações de como o resultado foi obtido e não para respostas sem explicações, exceto a questão pede explicitamente não justificar.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

Questão 1 (Solução de Programas Lineares, 2pt)

Para cada um dos dois programas lineares seguintes, determine a solução ótima das variáveis $x \in \mathbb{R}^n$ em função do parâmetro $c \in \mathbb{R}^n$. Caso existe mais que uma solução ótima, é suficiente listar uma. Nas questões $e = (1 \ 1 \ \dots \ 1)^t$ denota um vetor de uns. (Nota que a questão não pede aplicar o método Simplex.)

minimiza $c^t x$
sujeito a $0 \leq x \leq e.$

minimiza $c^t x$
sujeito a $-e \leq x \leq e.$

Questão 2 (Formulação Matemática, 2pt)

Uma empresa de mineração produz 100 toneladas de minério vermelho e 80 toneladas de minério preto por semana. Esses minérios podem ser tratados de diferentes maneiras para produzir três ligas diferentes: macia, dura ou forte. Para produzir 1 tonelada de liga macia, são necessárias 5 toneladas de minério vermelho e 3 toneladas de preto. Para a liga dura, os requisitos são 3 toneladas de vermelho e 5 toneladas de preto, enquanto que para a liga forte são 5 toneladas de vermelho e 5 toneladas de preto. O lucro por tonelada da venda das ligas (depois de considerar os custos de produção, mas não os de mineração, que são considerados fixos) é de R\$ 1250, R\$ 1500 e R\$ 2000 para as ligas macia, dura e forte, respectivamente.

Formule um programa linear que maximiza o lucro.

Questão 3 (Formulação Matemática, 3pt)

Uma empresa de Milão vende produtos químicos para cosméticos profissionais. Ela está planejando a produção de três produtos, GCA, GCB e GCC, por um determinado período de tempo, misturando dois componentes diferentes: C1 e C2. Todos os produtos finais devem conter pelo menos um dos dois componentes, mas não necessariamente ambos. Para o próximo período de planejamento, estão disponíveis 10.000l de C1 e

15.000 l de C2. A produção de GCA, GCB e GCC deve ser programada para, pelo menos, cobrir o nível mínimo de demanda de nível mínimo de demanda de 6.000, 7.000 e 9.000 l, respectivamente. Supõe-se que que, quando os componentes químicos são misturados, não há perda ou ganho de volume. Cada componente químico, C1 e C2, tem um elemento crítico proporcional, 0,4 e 0,2, respectivamente. Ou seja, cada litro de C1 contém 0,4 l do elemento crítico. Para obter GCA, a mistura deve conter proporcionalmente pelo menos uma fração de 0,3 do elemento crítico. Outro requisito é que a quantidade do elemento crítico seja vista no GCB, no máximo uma fração de 0,3. Além disso, a proporção mínima de C1 com C2 no produto GCC deve ser de 0,3. O lucro esperado para a venda de cada litro de GCA, GCB e GCC é de R\$ 625, R\$ 675 e R\$ 775, respectivamente. Crie um modelo de programação linear que otimize o planejamento da produção dessa empresa em Milão.

Questão 4 (Método Simplex, 3pt)

Resolve usando o método Simplex *usando a regra de Dantzig (em caso de empates: usar a variável de maior índice)*.

$$\begin{array}{ll}\text{maximiza} & 4x_1 + x_2 + 4x_3 \\ \text{sujeito a} & 4x_1 + 2x_2 \geq 19, \\ & -2x_2 \geq -9, \\ & -12x_1 - 2x_2 \geq -57, \\ & x_1 + x_2 \geq 6, \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0.\end{array}$$

- (a) Qual o sistema em forma normal?
- (b) Precisa-se aplicar a fase I? Por quê? Caso sim, qual a solução ótima do sistema auxiliar e seu valor? Caso não, o que podemos concluir?
- (c) Precisa-se aplicar a fase II? Por quê? Caso sim, qual a solução ótima do sistema original e seu valor? Caso não, o que podemos concluir?

(Dica: três pivos no máximo inclusive eventuais pseudo-pivôs.)