

Prova 2

Questão 1 (Formulação, 2pt)

O departamento de pesquisa e desenvolvimento de uma empresa projetou cinco linhas de produtos. A diretoria agora precisa decidir quais dos produtos serão produzidos e em quais quantidades. Para cada produto tem um custo fixo inicial e lucros por unidade como segue:

	Produto				
	1	2	3	4	5
Custo fixo inicial	5000	4000	7000	6000	5500
Lucro por unidade	170	120	2200	180	90

Sejam x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 as quantidades produzidas de cada produto. A diretoria formulou as seguintes restrições:

1. Somente duas das seguintes três restrições devem ser satisfeitas:

$$5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 2x_5 \leq 6000,$$

$$4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 4x_5 \leq 6000,$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 5000.$$

2. No máximo três produtos podem ser escolhidos para a produção.

3. Do produto 5 devem ser produzidas no máximo 1000 unidades.

Formule um modelo matemático que determina a solução de maior lucro.

Questão 2 (Análise de sensibilidade, 3pt)

O problema

$$\begin{aligned} \text{maximiza} \quad & 7x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 10x_4, \\ \text{sujeito a} \quad & x_1 + 10x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 4, \\ & 3x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 \leq 9, \\ & 3x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 2x_4 \leq 4, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

possui o dicionário ótimo

$z =$	12	$-2x_7$	$-18x_2$	$-11x_3$	$-x_5$
$x_4 =$	$1/2$	$+1/16x_7$	$-11/8x_2$	$-3/4x_3$	$-3/16x_5$
$x_6 =$	$11/2$	$+17/16x_7$	$+45/8x_2$	$-19/4x_3$	$-3/16x_5$
$x_1 =$	1	$-3/8x_7$	$-7/4x_2$	$-3/2x_3$	$+1/8x_5$

- a) Em quais limites o coeficiente $c_1 = 7$ da variável x_1 pode variar, tal que a base atual continua a ser a base ótima? Qual o novo valor da função objetivo em função da variação?

- b) Em quais limites o lado direito $b_3 = 4$ da terceira restrição pode variar, tal que a base atual continua a ser a base ótima? Qual o novo valor da função objetivo em função da variação?

Dica:

Após a solução de um sistema linear, temos o dicionário ótimo

$$\begin{aligned} z &= z^* - (y_N^*)^t x_N \\ x_B &= x_B^* - B^{-1} N x_N \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned} x_B^* &= B^{-1} b \\ y_N^* &= (B^{-1} N)^t c_B - c_N \\ z^* &= c_B^t B^{-1} b. \end{aligned}$$

Questão 3 (Formulação, Takuzu, 3pt)

Um *Takuzu* é uma grade 8×8 com dicas que precisa ser preenchida completamente com 0s e 1s, tal que tem o mesmo número de 0s e 1s em cada linha e coluna e tem no máximo dois 0s ou 1s adjacentes.

			0	0			
1							
						1	
1			0				0
		1					
0							
0			0	0			0
					1	1	

Formula um programa inteiro que resolve Takuzus, maximizando os 1s.

Questão 4 (Dualidade, 2pt)

Qual o problema dual da relaxação linear do problema da mochila?