Nome:

Observações gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta. Você ganha pontos para explicações de como o resultado foi obtido e não para respostas sem explicações, exceto a questão pede explicitamente não justificar.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Informática
Departamento de Informática Teórica

INF5010 – Otimização combinatória
2025/1
Prof. Marcus Ritt

Prova 2

Questão 1 (Dualidade, 2.5pt)

Qual o problema dual da relaxação linear do problema da mochila? (Formule primeiramente a relaxação linear, e depois apresenta o dual).

Questão 2 (Formulação Matemática, 2.5pt)

Queremos resolver uma variante do problema da mochila. Nessa variante temos n itens com pesos $p_1, p_2, \ldots p_n$ e um peso mínimo L e máximo U para os itens selecionados. Além disso queremos selecionar exatamente k dos itens. Entre todas soluções possíveis, queremos selecionar a solução lexicograficamente mínima (para soluções $S_1 = (i_1, \ldots, i_k)$ e $S_2 = (j_1, \ldots, j_k)$ selecionando items de índices $i_1 < i_2 < \cdots < i_k$ e índices $j_1 < j_2 < \cdots < j_k$, S_1 é lexicograficamente menor que S_2 caso a primeira componente não zero de $S_1 - S_2$ é negativo). Formule um programa inteiro.

Questão 3 (Arranjo linear, 2.5pt)

Dado um grafo (não-direcionado) $G = (V, A)$ queremos encontrar uma função bijetiva $f : V \to \{1, 2, \ldots, |V|\}$ tal que a distância total $\sum_{\{u,v\}\in A} |f(u) - f(v)|$ entre os vértices incidentes a cada aresta seja minimizado. Formule um programa inteiro que determina a menor distância total.

Exemplo: Na instância

$$\begin{array}{ccc} a & — & b \\ | & & | \\ d & — & c \end{array}$$

o mapeamento $\{a \mapsto 1, b \mapsto 3, c \mapsto 2, d \mapsto 4\}$ possui distância total 8, enquanto o mapeamento ótimo $\{a \mapsto 1, b \mapsto 2, c \mapsto 3, d \mapsto 4\}$ possui distância total 6.

Questão 4 (Análise de Sensibilidade, 2.5pt)

O dicionário final na solução de

$$\begin{aligned} \textbf{maximiza} \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \\ \textbf{sujeito a} \quad & 2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 \le 8, \\ & 2x_1 + 2x_2 + 4x_4 \le 12, \\ & 3x_1 + x_2 + 2x_3 \le 18, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0, \end{aligned}$$

e

$z =$	$62/5$	$-6/5x_1$	$-9/10x_6$	$-1/5x_5$	$-14/5x_4$
$x_2 =$	6	$-x_1$	$-1/2x_6$		$-2x_4$
$x_3 =$	$2/5$	$-1/5x_1$	$+1/10x_6$	$-1/5x_5$	$+1/5x_4$
$x_7 =$	$56/5$	$-8/5x_1$	$+3/10x_6$	$+2/5x_5$	$+8/5x_4$

(com x_5, x_6, x_7 variáveis de folga). Usa análise de sensibilidade para responder as seguintes perguntas:

a) Qual a solução ótima caso a função objetivo é modificada para $3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4$?

b) Qual a solução ótima caso a função objetivo é modificada para $x_1+2x_2+1/2\,x_3+x_4$?

c) Qual a solução ótima caso o coeficiente 12 da segunda restrição é modificado para ser 26?