

Nome:  
Cartão:

## Prova 2

Dicas gerais:

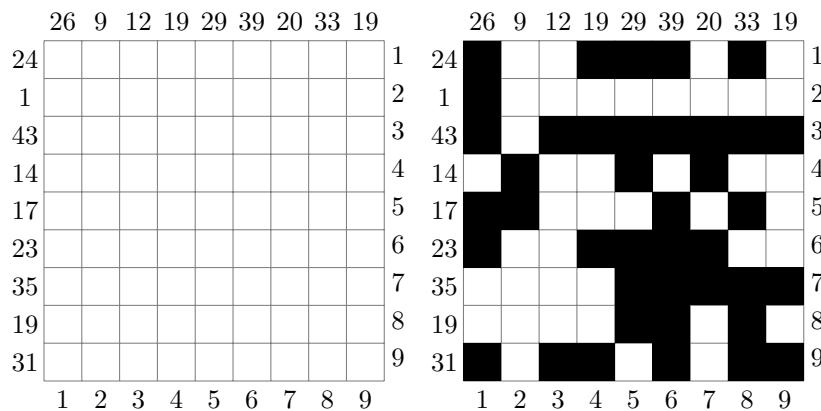
- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.
- Em questões de formulação: documenta o significado de todas variáveis e restrições.

### Questão 1 (Formulação, 2 pt)

O “BullSul”, um hotel para bulldogs, recebe o Tyson, a Essqua, o Holyfield, a Maggie, o Taylor, e a Kika. Eles tem baias com capacidade para no máximo três cachorros. Pela agressividade deles o Tyson e o Holyfield não podem ficar na mesma baia. O dono da Maggie insiste que ela fica com a Essqua ou com a Kika. O BullSul que alocar os cachorros usando a menor número de baias, porque cada baia tem um custo fixo de R\$ 100 por mês. Formule um programa inteiro que resolve o problema.

### Questão 2 (Formulação, 2 pt)

Um Bokkusu é um jogo num tabuleiro, em que temos que marcar alguns campos. Um exemplo com uma solução com campos marcados em preto<sup>1</sup>:



As marcas devem respeitar as seguintes regras:

- i) o valor total dos campos marcados em cada linha deve ser igual ao valor informado na esquerda de cada linha; o valor total dos campos marcados em cada coluna deve ser igual ao valor informado no topo de cada coluna
- ii) os números na direita de cada linha representam o valor dos campos para as somas das colunas; os números abaixo de cada coluna representam o valor dos campos para as somas das linhas.

Formule um programa inteiro que encontra a solução de um Bokkusu marcando o menor número de campos possível.

### Questão 3 (Dualidade, 2pt)

Verdadeiro ou falso? (Não é necessário justificar.)

- a) Caso o primal possui uma solução viável, o teorema forte de dualidade garante que o dual possui uma solução viável também.
- b) Pelo teorema das folgas complementares é possível que tanto uma variável primal quanto a folga dual correspondente é zero.

<sup>1</sup>Fonte: Otto Janko, <http://www.janko.at>.

- c) Um dicionário é dualmente viável, caso todos coeficientes da função objetivo são negativos.
- d) Pelo teorema fraca de dualidade sabemos que nenhuma solução do primal possui um valor igual a alguma solução do dual.

Por favor só responder itens com resposta conhecida: itens falsos serão descontados.

**Questão 4 (Dualidade, 2 pt)**

A relaxação linear da formulação do problema de locação da facilidades com facilidades  $F$  e cidades  $C$  é

$$\begin{array}{ll} \text{minimiza} & \sum_{i \in F} \sum_{j \in C} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in F} f_i y_i \\ \text{sujeito a} & \sum_{i \in F} x_{ij} \geq 1 \quad j \in C \\ & y_i - x_{ij} \geq 0 \quad i \in F, j \in C \\ & x_{ij} \in \mathbb{R} \quad i \in F, j \in C \\ & y_i \in \mathbb{R} \quad i \in F. \end{array}$$

Qual o programa linear dual?

**Questão 5 (Analise de sensibilidade, 2 pt)**

O dicionário final na solução de

$$\begin{array}{ll} \text{maximiza} & 3x_1 + x_2 + 4x_3 \\ \text{sujeito a} & x_1 + 5x_2 + 9x_3 \leq 2 \\ & 6x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 5 \end{array}$$

é

$$\begin{array}{l} z = 145/51 \quad -23/51x_5 \quad -139/51x_2 \quad -5/17x_4 \\ x_1 = 13/17 \quad -3/17x_5 \quad -10/17x_2 \quad +1/17x_4 \\ x_3 = 7/51 \quad +1/51x_5 \quad -25/51x_2 \quad -2/17x_4 \end{array}$$

- a) Em quais limites o coeficiente 2 do lado direito da primeira restrição pode variar, tal que a base final  $\{x_1, x_3\}$  continua a ser a base ótima?
- b) Substituindo o coeficiente 2 por  $2 + t$  qual o valor da função objetivo em função de  $t$  nos limites do item a)?

Observação:

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = 1/51 \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Dica:**

Após a solução de um sistema linear, temos o dicionário ótimo

$$\begin{aligned} z &= z^* - (y_N^*)^t x_N \\ x_B &= x_B^* - B^{-1} N x_N \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned} x_B^* &= B^{-1} b \\ y_N^* &= ((B^{-1} N)^t c_B - c_N) \\ z^* &= c_B^t B^{-1} b \end{aligned}$$