

Nome:

Cartão:

Prova 2

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.
- Em questões de formulação: documenta o significado de todas variáveis e restrições.

Questão 1 (Formulação, 2 pt)

O “BullSul”, um hotel para bulldogs, recebe o Tyson, a Essqua, o Holyfield, a Maggie, o Taylor, e a Kika. Eles tem baias com capacidade para no máximo três cachorros. Pela agressividade deles o Tyson e o Holyfield não podem ficar na mesma baia. O dono da Maggie insiste que ela fica com a Essqua ou com a Kika. O BullSul que alocar os cachorros usando a menor número de baias, porque cada baia tem um custo fixo de R\$ 100 por mês. Formule um programa inteiro que resolve o problema.

Questão 2 (Formulação, 2 pt)

Um Bokkusu é um jogo num tabuleiro, em que temos que marcar alguns campos. Um exemplo com uma solução com campos marcados em preto¹:

	26	9	12	19	29	39	20	33	19			26	9	12	19	29	39	20	33	19			
24												1	24										1
1												2	1										2
43												3	43										3
14												4	14										4
17												5	17										5
23												6	23										6
35												7	35										7
19												8	19										8
31												9	31										9
	1	2	3	4	5	6	7	8	9				1	2	3	4	5	6	7	8	9		

As marcas devem respeitar as seguintes regras:

- o valor total dos campos marcados em cada linha deve ser igual ao valor informado na esquerda de cada linha; o valor total dos campos marcados em cada coluna deve ser igual ao valor informado no topo de cada coluna
- os números na direita de cada linha representam o valor dos campos para as somas das colunas; os número abaixo de cada coluna representam o valor dos campos para as somas das linhas.

Formule um programa inteiro que encontra a solução de um Bokkusu marcando o menor número de campos possível.

Questão 3 (Dualidade, 2pt)

Verdadeiro ou falso? (Não é necessário justificar.)

- Caso o primal possui uma solução viável, o teorema forte de dualidade garante que o dual possui uma solução viável também.
- Pelo teorema das folgas complementares é possível que tanto uma variável primal quanto a folga dual correspondente é zero.

¹Fonte: Otto Janko, <http://www.janko.at>.

- c) Um dicionário é dualmente viável, caso todos coeficientes da função objetivo são negativos.
 d) Pelo teorema fraco de dualidade sabemos que nenhuma solução do primal possui um valor igual a alguma solução do dual.

Por favor só responder itens com resposta conhecida: itens falsos serão descontados.

Questão 4 (Dualidade, 2 pt)

A relaxação linear da formulação do problema de locação da facilidades com facilidades F e cidades C é

$$\begin{array}{ll} \text{minimiza} & \sum_{i \in F} \sum_{j \in C} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in F} f_i y_i \\ \text{sujeito a} & \sum_{i \in F} x_{ij} \geq 1 \quad j \in C \\ & y_i - x_{ij} \geq 0 \quad i \in F, j \in C \\ & x_{ij} \in \mathbb{R} \quad i \in F, j \in C \\ & y_i \in \mathbb{R} \quad i \in F. \end{array}$$

Qual o programa linear dual?

Questão 5 (Análise de sensibilidade, 2 pt)

O dicionário final na solução de

$$\begin{array}{ll} \text{maximiza} & 3x_1 + x_2 + 4x_3 \\ \text{sujeito a} & x_1 + 5x_2 + 9x_3 \leq 2 \\ & 6x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 5 \end{array}$$

é

$$\begin{array}{rcl} z = & 145/51 & -23/51x_5 \quad -139/51x_2 \quad -5/17x_4 \\ x_1 = & 13/17 & -3/17x_5 \quad -10/17x_2 \quad +1/17x_4 \\ x_3 = & 7/51 & +1/51x_5 \quad -25/51x_2 \quad -2/17x_4 \end{array}$$

- a) Em quais limites o coeficiente 2 do lado direito da primeira restrição pode variar, tal que a base final $\{x_1, x_3\}$ continua a ser a base ótima?
 b) Substituindo o coeficiente 2 por $2 + t$ qual o valor da função objetivo em função de t nos limites do item a)?

Observação:

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = 1/51 \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}.$$

Dica:

Após a solução de um sistema linear, temos o dicionário ótimo

$$\begin{array}{l} z = z^* - (y_N^*)^t x_N \\ x_B = x_B^* - B^{-1} N x_N \end{array}$$

com

$$\begin{array}{l} x_B^* = B^{-1} b \\ y_N^* = ((B^{-1} N)^t c_B - c_N) \\ z^* = c_B^t B^{-1} b \end{array}$$