

Nome:
Cartão:

Prova 3

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

Questão 1 (Branch-and-bound, 3pt)

Aplique o método de branch-and-bound no problema

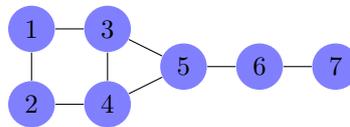
CONJUNTO INDEPENDENTE MÁXIMO

Instância Um grafo não-direcionado $G = (V, A)$.

Solução Um *conjunto independente* I , i.e. $I \subseteq V$ tal que para vértices $v_1, v_2 \in I$, $\{v_1, v_2\} \notin A$.

Objetivo Maximizar $|I|$.

- Define quais limites inferiores e superiores serão usadas.
- Define a estratégia de ramificar: quais os subproblemas de uma dada solução parcial?
- Aplique o método definido acima no grafo



Exibe a árvore de busca e os cortes aplicados junto com os seus tipos.

Questão 2 (Problemas com solução simples, 3pt)

- Dê um exemplo de um *problema* que possui uma formulação tal que todas instâncias possuem uma matriz de dados totalmente unimodular. Dê um exemplo de um problema, em que isso não é o caso.
- Uma formulação do problema do conjunto independente máximo da questão anterior é

$$\text{maximiza} \quad \sum_{v \in V} x_v \quad (1)$$

$$\text{sujeito a} \quad x_u + x_v \leq 1 \quad \forall \{u, v\} \in A \quad (2)$$

$$x_v \in \mathbb{B} \quad \forall v \in V. \quad (3)$$

As matrizes das instâncias dessa formulação são totalmente unimodulares? Justifique.

Questão 3 (O método de Gomory, 2.5pt)

A relaxação linear do problema

$$\begin{array}{ll} \text{maximiza} & 3x_1 + 6x_2 + x_3 \\ \text{sujeito a} & x_1 + x_2 + x_3 \leq 5.6 \\ & 3x_2 + 5x_3 \leq 3.4 \\ & 2x_1 + 7x_2 \leq 4.4 \\ & x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}^+ \end{array}$$

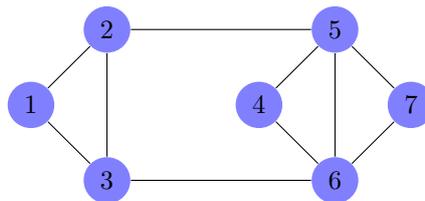
possui o dicionário ótimo

$$\begin{array}{r} z = \\ x_4 = \\ x_3 = \\ x_1 = \end{array} \begin{array}{cccc} 33/5 & -51/10x_2 & -3/2x_6 & -1/5x_5 \\ 12/5 & +31/10x_2 & +1/2x_6 & +1/5x_5 \\ 3/5 & -3/5x_2 & +x_6 & -1/5x_5 \\ 2 & -7/2x_2 & -1/2x_6 & +x_5 \end{array}$$

- Em quais restrições podemos aplicar um corte de Gomory? Quais os cortes correspondentes?
- Aplica o primeiro (em ordem das linhas) corte possível, i.e. insere o corte no sistema e re-otimiza usando o método Simplex dual.

Questão 4 (Desigualdades válidas, 1.5pt)

Considere a seguinte instância do problema do conjunto independente máximo



Descobre três desigualdades válidas que não fazem parte da formulação dada na questão 2.

Questão 5 (Matrizes totalmente unimodulares, 1.5pt)

Provamos em aula

Teorema 0.1

Se $A \in \mathbb{Z}^{m \times n}$ é uma matriz totalmente unimodular e $b \in \mathbb{Z}^m$, então todas soluções básicas de $Ax = b$ são inteiros.

Demonstra, através de um contra-exemplo, que o converso do teorema não é verdade.