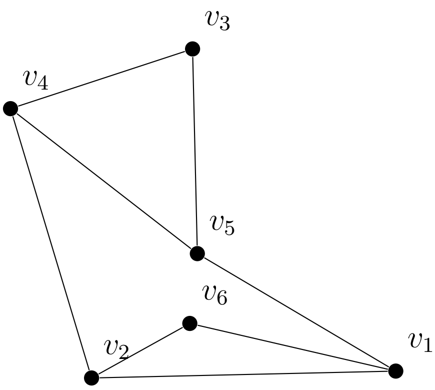
Prova 3

Questão 1 (Desigualdades válidas, 2pt)
Considere o problema de encontrar o emparelhamento máximo no grafo $G = (V, A)$



($V = \{v_1, v_2, \ldots, v_6\}$, $A = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_5\}, \{v_1, v_6\}, \{v_2, v_4\}, \{v_2, v_6\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}, \{v_4, v_5\}\}$.)
Dá duas desigualdades válidas não-dominadas (e não-triviais) para a formulação

$$\begin{aligned} \textbf{maximiza} \quad & \sum_{a \in A} x_a, \\ \textbf{sujeito a} \quad & \sum_{a \in N(v)} x_a \leq 1, & \forall v \in V, \\ & x_a \in \{0, 1\}, & \forall a \in A. \end{aligned}$$

Questão 2 (Algoritmo de Gomory, 2.5pt)
A solução da relaxação linear de

$$\begin{aligned} \textbf{maximiza} \quad & x_1 + 4x_2, \\ \textbf{sujeito a} \quad & 5x_1 + 8x_2 \leq 40, \\ & -2x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

é

$$\begin{array}{rrrr} z = & 548/31 & -11/31x_3 & -12/31x_4 \\ \hline x_1 = & 48/31 & -3/31x_3 & +8/31x_4 \\ x_2 = & 125/31 & -2/31x_3 & -5/31x_4 \end{array}$$

a) Em quais linhas podemos aplicar um corte?

b) Determine o corte para toda linha identificada no item a).

c) Para cada corte do item b): qual seria o próximo pivô do algoritmo de Gomory depois de adicionar o corte no sistema? (Não é necessário executar o pivô.)

Questão 3 (Algoritmo Branch-and-Bound, 3pt)
Considera o problema da Questão 2. Depois de resolver a relaxação linear queremos aplicar o algoritmo de branch and bound com uma estratégia de ramificar na variável mais fracionária.

a) Qual variável é escolhida para ramificação? Quais as restrições novas correspondentes nos subproblemas resultantes?

b) Para cada subproblema re-escreve a restrição correspondente do item anterior tal que ela pode ser adicionada ao dicionário do problema base.

c) Qual seria o próximo pivô em cada um dos subproblemas?

Questão 4 (Problemas com solução simples, 2.5pt)
Suponha que temos uma matriz $2 \times m$. Quais afirmações são verdadeiras:

a) Cada combinação de colunas $\binom{1}{1}$ e $\binom{-1}{-1}$ gera uma matriz TU.

b) Cada combinação de colunas $\binom{1}{1}$ e $\binom{-1}{1}$ gera uma matriz TU.

c) Cada combinação de colunas arbitrárias com coeficientes em $\{0, -1, 1\}$ gera uma matriz TU.