

Prova 3

Questão 1 (Problemas com solução inteira, 3pt)

Considere o problema de encontrar o emparelhamento de maior cardinalidade num grafo bipartido $G = (V_1 \dot{\cup} V_2, A)$. A relaxação linear do modelo matemático padrão é

$$(M) \text{ maximiza } \sum_{a \in A} x_a, \quad (1)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{a \in N(v)} x_a \leq 1, \quad \forall v \in V, \quad (2)$$

$$x_a \leq 1, \quad \forall a \in A, \quad (3)$$

$$x_a \in \mathbb{R}_+, \quad \forall a \in A. \quad (4)$$

- a) As soluções extremas do modelo (M) são inteiras?
- b) Queremos, adicionalmente, que determinadas pares de arestas não aparecem na solução no mesmo tempo. No caso de um par de arestas a, a' isso pode ser garantido por adicionar uma restrição

$$x_a + x_{a'} \leq 1 \quad (5)$$

ao modelo. Supõe que vamos adicionar uma série de restrições desse tipo ao modelo (M). As soluções do modelo (M) com restrições adicionais da forma (5) são inteiras?

Questão 2 (Algoritmo de Planos de corte, 3pt)

A solução da relaxação linear de

$$\begin{aligned} &\text{maximiza} && 3x_1 + 4x_2, \\ &\text{sujeito a} && 3x_1 + 7x_2 \leq 5, \\ &&& 7x_1 + 4x_2 \leq 3, \\ &&& x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

é

$$\begin{array}{rcl} z = & 9/7 & -3/7x_4 \quad -5/7x_2 \\ x_3 = & 26/7 & +3/7x_4 \quad -37/7x_2 \\ x_1 = & 3/7 & -1/7x_4 \quad -4/7x_2 \end{array}$$

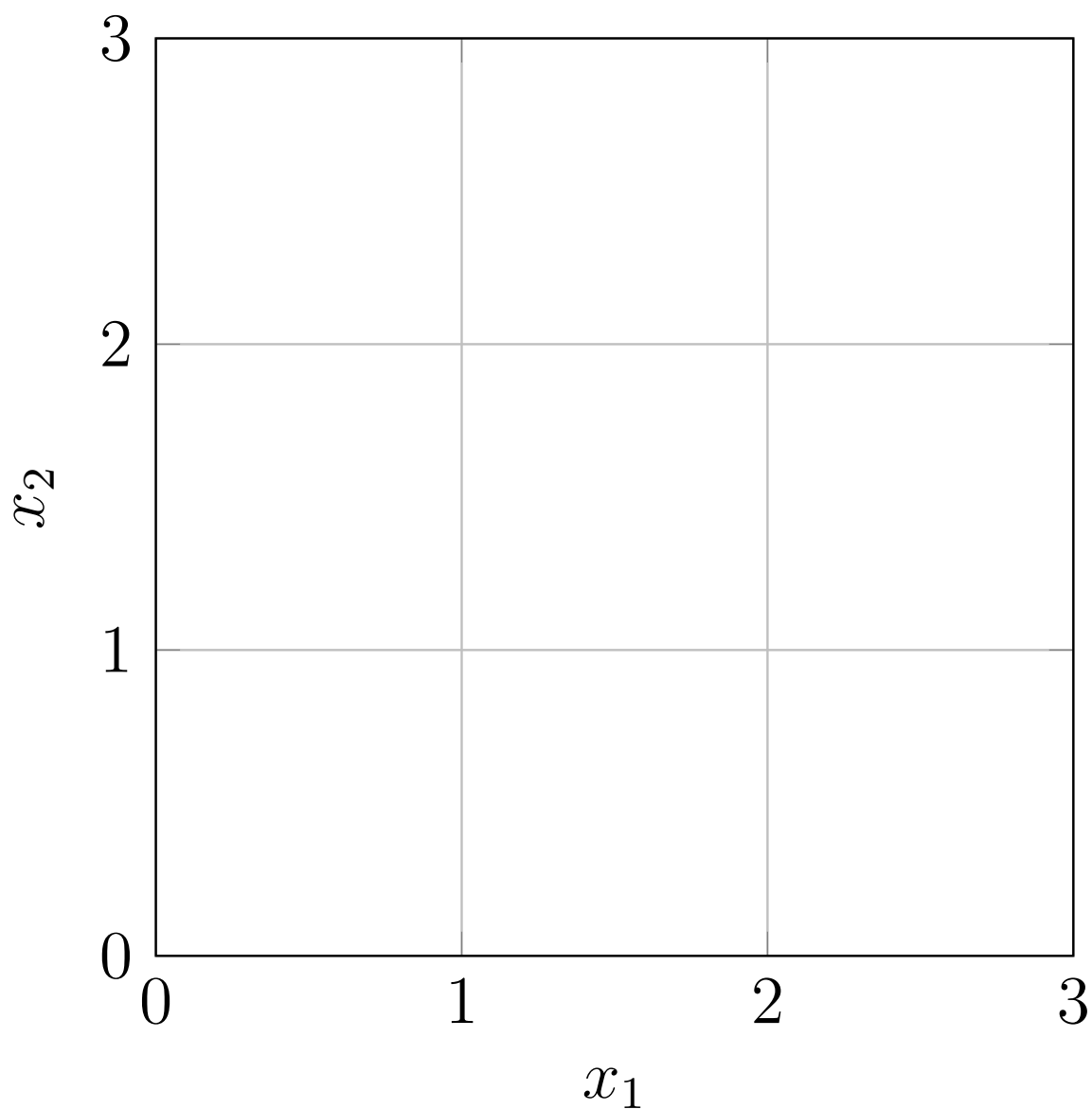
- a) Em quais linhas podemos aplicar um corte de Gomory?
- b) Determine o corte para toda linha identificada no item a).
- c) Para cada corte do item b): qual seria o próximo pivô do algoritmo de Gomory depois de adicionar o corte no sistema? (Não é necessário executar o pivô.)

Questão 3 (Algoritmo branch-and-bound, 3pt)

Resolve o seguinte problema usando o algoritmo de branch and bound.

$$\begin{array}{ll}\text{maximiza} & 2x_1 + 3x_2, \\ \text{sujeito a} & x_1 + 2x_2 \leq 3, \\ & 6x_1 + 8x_2 \leq 15, \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+.\end{array}$$

Cada programa linear pode ser resolvido graficamente.



Questão 4 (Desigualdades válidas, 1pt)

Encontra uma desigualdade válida não-dominada (e não trivial) do programa inteiro da questão 3. Justifique a resposta brevemente.