Soluções

Questão 1 (Investimento, Formulação)

Sejam u_i as unidades produzidas do produto $i \in P = [1, 4]$, $x_i \in \mathbb{B}$ variáveis booleanas que indicam se o produto i é produzido, c_i e l_i o custo inicial e os lucros, respectivamente. Podemos formular

$$
\begin{aligned}
\textbf{maximiza} \quad & \sum_{i \in P} u_i l_i - \sum_{i \in P} c_i x_i \\
\textbf{sujeito a} \quad & \sum_{i \in P} x_i \leq 2, && \text{(No máximo dois tipos de produtos)} \\
& x_3 \leq x_1 + x_2, && \text{(Tipo 3 somente se tipo 1 ou 2)} \\
& x_4 \leq x_1 + x_2, && \text{(Tipo 4 somente se tipo 1 ou 2)} \\
& u_i \leq 2000, \quad \forall i \in P, && \text{(Limite produção (redundante))} \\
& u_i \leq 2000 x_i, \quad \forall i \in P, && \text{(Vínculo das variáveis)} \\
& u_i \in \mathbb{R}, \quad \forall i \in P, \\
& x_i \in \mathbb{B}, \quad \forall i \in P.
\end{aligned}
$$

Alternativas para a segunda restrição

$$
\begin{aligned}
& x_3 + x_4 \leq 2(x_1 + x_2) && \text{Mais fraco, a soma das duas restrições acima} \\
& x_3 + x_4 \leq x_1 + x_2 && \text{Mais forte, válido porque no máximo dois projetos}
\end{aligned}
$$

Questão 2 (Sudoku, Formulação)

(Sem solução!)

Questão 3 (Caixeiro viajante)

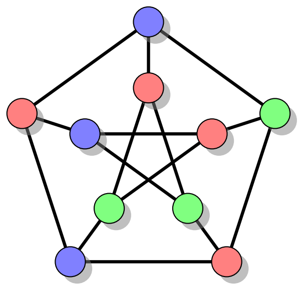
(No solution, lab only.)

Questão 4 (Coloração de grafos, Formulação)

Para um grafo $G = (V, A)$ com n vértices e $V = [n]$ seja $x_{vi} \in \mathbb{B}$ para $v \in V, 1 \leq i \leq n$ um indicador se o vértice v possui a cor $i \in C$, com $C = [n]$ o conjunto de cores permitidos. (Permitimos até n cores, para garantir uma coloração.) Seja ainda $c_i \in \mathbb{B}$ para $i \in C$ uma variável auxiliar que indica se a cor i está usada.

$$
\begin{aligned}
\textbf{minimiza} \quad & \sum_{i \in C} c_i & & \text{(Menor número de cores)} \\
\textbf{sujeito a} \quad & \sum_{1 \le i \le n} x_{vi} = 1, & v \in V, & \quad \text{(Garante exatamente uma cor por vértice)} \\
& x_{ui} + x_{vi} \le 1, & i \in C, uv \in E, & \quad \text{(Coloração viável)} \\
& nc_i \ge \sum_{v \in V} x_{vi}, & i \in C, & \quad \text{(Define variáveis auxiliares)} \\
& x_{vi} \in \mathbb{B}, & v \in V, i \in [n], & \\
& nc_i \in \mathbb{Z}, & i \in [n]. &
\end{aligned}
$$

Solução:



Questão 5 (Formulação Matemática)

Seja $x_{ij} = 1$ caso o candidato $i \in C = \{A, B, C, D\}$ é aloca à vaga $j \in V = \{a, b, c, d\}$. Temos

$$
\begin{aligned}
\textbf{maximiza} \quad & \sum_{i \in C, j \in V} a_{ij} x_{ij} & \\
\textbf{sujeito a} \quad & \sum_{i \in C} x_{ij} = 1, & \forall j \in V, \\
& \sum_{j \in V} x_{ij} = 1, & \forall i \in C, \\
& x_{ij} \in \{0, 1\}, & \forall i \in C, j \in V.
\end{aligned}
$$