

Soluções prova 1

Questão 1 (Formulação, 2pt)

Sejam x_i os metros cúbicos transportados do material $i \in [3]$.

$$\begin{array}{ll} \text{maximiza} & 1000x_1 + 1200x_2 + 12000x_3 \\ \text{sujeito a} & x_1 \leq 40 \\ & x_2 \leq 30 \\ & x_3 \leq 20 \\ & 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100 \\ & x_1 + x_2 + x_3 \leq 60 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{array}$$

Questão 2 (Método Simplex, 2pt)

No primeiro dicionário os pivôs x_1-x_6 , x_2-x_3 e x_2-x_5 são válidos, a regra de Dantzig escolhe x_2-x_3 (ou x_2-x_5) e a regra de Bland x_1-x_6 .

No segundo dicionário os pivôs x_4-x_5 e x_6-x_3 são válidos, a regra de Dantzig escolhe qualquer dos dois, a regra de Bland o pivô x_4-x_5 .

Questão 3 (Método Simplex, 3pt)

Verdadeiro ou falso? Justifique a resposta brevemente (por um argumento ou um contra-exemplo).

a) Falso. Um exemplo é

$$\begin{array}{ll} \text{maximiza} & 1.5x_1 + x_2 \\ \text{sujeito a} & 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

que produz a sequência de dicionários

$$\begin{array}{rcl} z = & 0 & +3/2x_1 \quad +x_2 \\ x_3 = & 2 & -2x_1 \quad -x_2 \end{array}$$

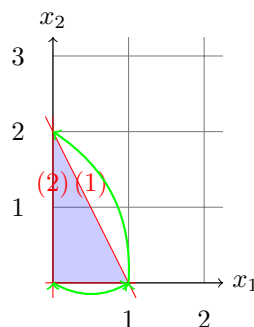
(pivô x_1-x_3)

$$\begin{array}{rcl} z = & 3/2 & -3/4x_3 \quad +1/4x_2 \\ x_1 = & 1 & -1/2x_3 \quad -1/2x_2 \end{array}$$

(pivô x_2-x_1)

$$\begin{array}{rcl} z = & 2 & -x_3 \quad -1/2x_1 \\ x_2 = & 2 & -x_3 \quad -2x_1 \end{array}$$

em que x_1 entra e sai da base novamente.



- b) Falso. Num pivô degenerado, por definição, o menor limite superior e com isso o aumento da variável entrante é 0, logo o valor da função objetivo continua ser o mesmo. (Num pivô degenerado a solução fica a mesma.)
- c) Verdadeiro. O sistema auxiliar minimiza x_0 sujeito a $x_0 \geq 0$ e outras restrições, logo nunca pode ser ilimitado.

Questão 4 (Formulação, 3 pt)

Supõe que sabemos o número total de reservistas r_t no Ano t . Neste caso a solução é simplesmente

$$\begin{array}{ll} \text{minimiza} & \sum_{t \in [10]} \sum_{i \in [4]} c_{it} x_{it} \\ \text{sujeito a} & r_t \geq R_t \quad \forall t \in [10] \\ & x_{it} \geq 0 \quad \forall t \in [10], i \in [4]. \end{array}$$

Logo o problema principal é adicionar restrições que definem r_t . Para o primeiro anos temos

$$r_1 = x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41}.$$

Para o segundo ano temos que acrescentar as reservistas alistados no primeiro ano para dois ou mais anos:

$$r_2 = x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{21} + x_{31} + x_{41}.$$

Para terceiro ano temos que acrescentar as reservistas alistados no ano anterior para dois ou mais anos, e no primeiro ano para três ou mais anos:

$$r_3 = x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{31} + x_{41}.$$

Generalizando, o número total de reservistas é o número alistado no ano atual, o número alistado no ano anterior para dois ou mais anos, o número alistado dois anos atrás para três ou mais anos, ou o número alistado três anos atrás para quatro anos. Resumindo

$$r_t = \sum_{t'=\max\{t-3,1\}}^t \sum_{i=\max\{t-t'+1,1\}}^4 x_{it}.$$