

Prova de recuperação

Questão 1 (Formulação, 4pt)

Sejam P o conjunto de posições, $C \subseteq P$ as posições centrais, $L \subseteq 2^P$ as linhas. Defina variáveis $x_{vp} \in \{0, 1\}$ que indicam se uma moeda de valor $v \in \{20, 15, 10, 5\}$ foi posicionada em $p \in P$. Seja ainda q_v a quantidade de moedas disponíveis de valor $v \in V$. Para facilitar a formulação vamos definir a função

$$\text{val}(p) = \sum_{v \in V} v x_{vp}$$

que determina o valor da moeda na posição $p \in P$. Uma formulação como programa inteiro é

$$\text{maximiza} \quad \sum_{p \in C} \text{val}(p), \quad (1)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{p \in l} \text{val}(p) = 55, \quad \forall l \in L, \quad (2)$$

$$\sum_{v \in V} x_{pv} = 1, \quad \forall p \in P, \quad (3)$$

$$\sum_{p \in P} x_{pv} \leq q_v, \quad \forall v \in V. \quad (4)$$

Questão 2 (Método Simplex, 5pt)

Depois da normalização temos o dicionário inicial

$$\begin{array}{rcllcl} z = & 0 & +2x_1 & +x_2 & & -x_4 \\ \hline x_6 = & 0 & -x_1 & -2x_2 & +x_3 & \\ x_7 = & 0 & +x_1 & +2x_2 & -x_3 & \\ x_8 = & 0 & -x_1 & -x_2 & & +6x_4 \\ x_9 = & 0 & +x_1 & +x_2 & & -6x_4 \\ x_{10} = & 0 & +3x_1 & -x_2 & & -2x_4 & +x_5 \\ x_{11} = & 0 & -3x_1 & +x_2 & & +2x_4 & -x_5 \end{array}$$

o pivô x_6-x_1 produz

$$\begin{array}{rcllcl} z = & 0 & -2x_6 & -3x_2 & +2x_3 & -x_4 \\ \hline x_1 = & 0 & -x_6 & -2x_2 & +x_3 & \\ x_7 = & 0 & -x_6 & & & \\ x_8 = & 0 & +x_6 & +x_2 & -x_3 & +6x_4 \\ x_9 = & 0 & -x_6 & -x_2 & +x_3 & -6x_4 \\ x_{10} = & 0 & -3x_6 & -7x_2 & +3x_3 & -2x_4 & +x_5 \\ x_{11} = & 0 & +3x_6 & +7x_2 & -3x_3 & +2x_4 & -x_5 \end{array}$$

o pivô x_8 – x_3 produz

$$\begin{array}{rcllcl}
 z = & 0 & & -x_2 & -2x_8 & +11x_4 \\
 \hline
 x_1 = & 0 & & -x_2 & -x_8 & +6x_4 \\
 x_7 = & 0 & -x_6 & & & \\
 x_3 = & 0 & +x_6 & +x_2 & -x_8 & +6x_4 \\
 x_9 = & 0 & & & -x_8 & \\
 x_{10} = & 0 & & -4x_2 & -3x_8 & +16x_4 +x_5 \\
 x_{11} = & 0 & & +4x_2 & +3x_8 & -16x_4 -x_5
 \end{array}$$

e o pivô x_{11} – x_4 produz

$$\begin{array}{rcllcl}
 z = & 0 & & +7/4x_2 & +1/16x_8 & -11/16x_{11} & -11/16x_5 \\
 \hline
 x_1 = & 0 & & +1/2x_2 & +1/8x_8 & -3/8x_{11} & -3/8x_5 \\
 x_7 = & 0 & -x_6 & & & & \\
 x_3 = & 0 & +x_6 & +5/2x_2 & +1/8x_8 & -3/8x_{11} & -3/8x_5 \\
 x_9 = & 0 & & & -x_8 & & \\
 x_{10} = & 0 & & & & -x_{11} & \\
 x_4 = & 0 & & +1/4x_2 & +3/16x_8 & -1/16x_{11} & -1/16x_5
 \end{array}
 .$$

Neste dicionário o aumento da variável x_2 é ilimitado, logo o sistema é ilimitado e o problema original não possui uma solução mínima.

Questão 3 (Planos de corte, 1pt)

Com a nova variável x_6 o corte é

$$x_6 = -1/16 + 1/2x_2 + 3/8x_{11} + 7/8x_8 + 3/8x_5.$$