

Observações: Não é necessário responder todas perguntas para alcançar 10 pontos.

Prova

Questão 1 (3pt)

Explique o teste de primalidade de Miller & Rabin (funcionamento, complexidade).

Questão 2 (3pt)

Explique os algoritmos de Dijkstra e A^* . Qual a diferença em complexidade? No problema resolvido? Na prática?

Questão 3 (2pt)

Considere os algoritmos

Hopcroft-Karp (emparelhamento máximo), Algoritmo Húngaro (emparelhamento máximo), Edmonds-Karp (fluxo máximo), Push-relabel (fluxo máximo), Dijkstra, Busca em profundidade

e as complexidades

$\log n, n, m, \log m, n \log n, n^2, \sqrt{nm}, n\sqrt{m}, n \log m, m \log n, nm, n^2m, nm^2, n^2m^2, n^3$

Atribui a cada algoritmo a complexidade correta. Uma complexidade pode ser atribuída a mais que um algoritmo. Não toda complexidade tem que ser atribuída. Caso um algoritmo possui variantes com complexidades diferentes, explica qual variante foi escolhida e justifica a complexidade.

Questão 4 (4pt)

Explique o funcionamento do algoritmo push-relabel para fluxos máximos. Aplica o algoritmo no grafo da Figura 1.

Questão 5 (3pt)

Queremos definir orientadores e co-orientadores de n novos mestrandos. Temos $2n$ professores e cada mestrando tem que ter (exatamente) um orientador e um co-orientador. Cada professor pode ter somente uma orientação ou co-orientação. A preferência do aluno $a \in [n]$ de ser orientado pelo professor $p \in [2n]$ é v_{ap} . Propõe um algoritmo que resolve o problema de encontrar os orientadores de cada alunos tal que a soma das preferências é maximizada. (Em $O(n^{5/2})$: 3pt, Em $n^{O(1)}$: 2pt; super-polynomial: 1pt).

Sucesso!

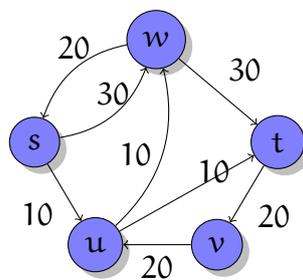


Figura 1: Grafo para questão 3 sobre o algoritmo push-relabel. O vértice s é o origem, o vértice t o destino.