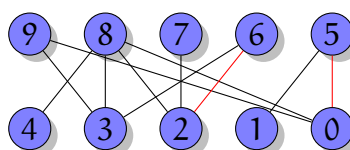


Observação: Não é necessário responder todas perguntas para alcançar 10 pontos.

Prova

Questão 1 (Emparelhamentos, 2.5pt)

No grafo bipartido abaixo temos um emparelhamento M de cardinalidade $|M| = 2$ (em vermelho). O grafo permite um emparelhamento perfeito $M^* = \{\{0, 9\}, \{1, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 6\}, \{4, 8\}\}$. Logo, pelo Teorema de Hopcroft-Karp o conjunto $M \oplus M^*$ contém pelo menos 3 caminhos M -aumentantes disjuntos de vértices. Exibe um conjunto de três caminhos M -aumentantes que satisfaz os critérios do teorema.



Questão 2 (Algoritmos randomizados, 2.5pt)

Você tem um algoritmo de decisão do tipo Las Vegas que executa em tempo polinomial, mas por um problema na sua máquina de execução, cada resposta é invertida com probabilidade $p = 0.1$. Qual a menor classe de complexidade (em termos de inclusão) das classes discutidas em aula na que o novo algoritmo demonstravelmente pertence?

Questão 3 (Caminhos mais curtos, 2.5pt)

O algoritmo de Dijkstra inicializa as distâncias por

- 1 $d_s := 0; d_v := \infty, \forall v \in V \setminus \{s\}$

Assume que sabemos todas distâncias corretas d_v , $v \in V$ num grafo G , e agora a distância d_e de uma aresta $e \in E(G)$ é alterada resultando num grafo G' . Depois dessa alteração, em quais condições a execução do algoritmo de Dijkstra com as distâncias corretas iniciais de G produz as distâncias corretas em G' ?

Questão 4 (Fluxos, 2.5pt)

Dado um algoritmo para calcular o fluxo máximo entre dois vértices s e t num grafo direcionado, como podemos achar uma circulação? E como calcular um fluxo máximo entre um conjunto origem S e um conjunto destino D ?

Questão 5 (Algoritmos randomizados, 2.5pt)

Mostra que no caso de números pares $n = 2i$, $i \geq 1$, a probabilidade do teste de Miller-Rabin responder “sim” é no máximo 0.5.

Questão 6 (Fluxos, 2.5pt)

Prova ou mostre um contra-exemplo: no problema do fluxo máximo com múltiplas fontes e sorvedouros, é possível ter uma fonte $s \in S$ com $f(s) < 0$ (i.e. com balança de fluxo negativo, recebendo fluxo)?

Sucesso!