

Nome:  
Cartão:

## Prova 1

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

### Questão 1 (Consistência e completude, 10%)

(2pt) O que significam os noções “consistência” e “completude”?

### Questão 2 (No médico, 20%)

“Doutor, alguma coisa está errada. Se tenho dor de ouvido, não estou gripado. Se não tenho dor de ouvido, não tenho sinusite também. Se estou gripado, tenho dor de garganta. Se não tenho dor de garganta, estou gripado. Se tenho dor de garganta, não tenho sinusite. Se não tenho sinusite, estou gripado. E se não estou gripado, não tenho dor de garganta.”

- (a) (2pt) Modela essa situação: escolha proposições elementares adequadas e acha fórmulas da lógica proposicional para as (sete) afirmações acima.
- (b) (2pt) Usando a semântica da lógica proposicional, acha um modelo dessa situação. Dica: Um modelo é uma atribuição das proposições elementares que satisfaz todas fórmulas da primeira parte da questão. Em palavras mais comuns: O que você decidiria de tudo isso, se você for otorrinolaringo-logista (independente do fato que a sua paciente tem um jeito complicado de se comunicar)?

### Questão 3 (Relação de consequência, 20%)

Considere as fórmulas  $\Phi$  que são formadas usando as proposições  $p$  e  $q$  com a tabela de verdade

$p$	$q$	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$
$f$	$f$	$v$	$f$	$v$
$f$	$v$	$f$	$v$	$v$
$v$	$f$	$f$	$f$	$v$
$v$	$v$	$f$	$f$	$v$

(4pt) Quais das seguintes afirmações são verdadeiras (v) ou falsas (f)? Observe que nessa questão não é necessário de justificar a resposta.

- (a) ( )  $\Phi_1$  é satisfatível. (f) ( )  $\models \Phi_1 \rightarrow \Phi_2$ .
- (b) ( )  $\Phi_3$  é uma tautologia. (g) ( )  $\Phi_1 \vee \neg \Phi_2$  é uma tautologia.
- (c) ( )  $\models \Phi_2 \rightarrow \Phi_3$ . (h) ( )  $\Phi_3$  é falsificável.
- (d) ( )  $\Phi_1 \vee \Phi_2 \equiv p \vee q$ . (i) ( )  $\models q \rightarrow \neg \Phi_1$ .
- (e) ( )  $\Phi_1 \wedge \Phi_2$  é insatisfatível. (j) ( )  $q \equiv \Phi_2$ .

### Questão 4 (Equivalências, 20%)

Prove a validade das seguintes *equivalências*. No caso (a), use dedução natural, no caso (b) use árvores de refutação.

- (a) (2pt)  $(p \vee q) \vee q \equiv (q \wedge q) \vee p$
- (b) (2pt)  $(p \wedge q) \vee q \equiv (r \wedge q) \vee q$

### Questão 5 (Uma tautologia?, 30%)

Considere a fórmula

$$f : ((\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow \Phi) \rightarrow \Phi$$

da lógica proposicional.

- (a) (2pt) Usando semântica da lógica proposicional, analise se a fórmula é uma tautologia ( $\models f?$ ).
- (b) (2pt) Usando árvores de refutação, analise se a fórmula é válida ou não ( $\vdash f?$ ).
- (c) (2pt) Usando dedução natural, prove que a fórmula é um teorema (prove  $\vdash f$ ).