

Nome:
Cartão:

Prova 1

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

Questão 1 (Formas normais, 10%)

Acha uma forma normal conjuntiva de

$$q \rightarrow (\neg p \rightarrow r) \vee (\neg q \wedge (\neg p \wedge \neg r)).$$

Questão 2 (Pijama ou não?, 20%)

Se uso a touca de dormir, tiro meus zapatos. Se não uso minha touca de dormir eu visto meu pijama. Se uso a touca de dormir, sem usar os zapatos, eu uso meus olhos também. Se não uso o pijama, uso minha touca de dormir. Mas se não é verdade que nem uso a touca de dormir, nem os zapatos, então eu uso meus olhos. Hoje à noite não uso os olhos.

- Modela esta situação: escolhe proposições elementares adequadas e acha fórmulas da lógica proposicional para as (seis) afirmações acima.
- Usando a semântica da lógica proposicional, acha um modelo desta situação, que satisfaz todas fórmulas da primeira parte da questão. Então, uso o pijama ou não?

Questão 3 (Semântica da lógica proposicional, 20%)

Considere as fórmulas Φ que são formadas usando as proposições p e q com a tabela de verdade

p	q	Φ_1	Φ_2	Φ_3
f	f	v	f	v
f	v	f	v	f
v	f	v	f	v
v	v	f	f	v

Quais das seguintes afirmações são verdadeiras (v) ou falsas (f)?

- () Φ_1 é satisfatível.
- () Φ_3 é uma tautologia.
- () $\models \Phi_2 \rightarrow \Phi_3$.
- () $\Phi_1 \vee \Phi_2 \equiv p \vee q$.
- () $\Phi_1 \wedge \Phi_2$ é insatisfatível.
- () $\models \Phi_1 \rightarrow \Phi_2$.
- () $\Phi_1 \vee \neg \Phi_2$ é uma tautologia.
- () Φ_3 é falsificável.
- () $\models q \rightarrow \neg \Phi_1$.
- () $q \equiv \Phi_2$.

Questão 4 (Árvores de refutação, 20%)

Prove com árvores de refutação ou mostre um contra-exemplo.

- $p \rightarrow q, \neg(q \wedge r) \vee p, \neg(r \wedge p) \vdash (q \rightarrow \neg r) \wedge (p \rightarrow q)$
- $p \vee (q \wedge r) \vdash (p \vee q) \wedge r$

Questão 5 (Dedução natural, 30%)

Prove com dedução natural.

- $\neg p \rightarrow \neg q \vee \neg r, r \wedge q \vdash p$
- $(p \vee q) \wedge r \vdash p \vee (q \wedge r)$
- $\neg(\neg(p \vee q) \vee \neg(p \vee \neg q)) \vdash p$