

Nome:
 Cartão:

Prova 1

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

Questão 1 (Consistência e completude, 10%)

Imagine um sistema de prova do tipo Gentzen (dedução natural) que tem somente as duas regras de prova

$$\frac{\perp}{\neg p_1}; \quad \frac{\Phi \quad \neg\Phi}{\perp} p_2.$$

Esse sistema é consistente? completo? adequado? Justifique a resposta.

Questão 2 (Estudando, 20%)

Meus estudos são caóticos. Se não passo na álgebra linear, também não passo em cálculo nem em lógica. Se passo em cálculo, ou não passo em lógica ou não passo na álgebra linear. Se passo em álgebra linear, também vou passar em cálculo. Do outro lado, se não passo em álgebra linear nem em cálculo e nem em lógica, minha namorada vai se separar (ela valoriza muito estudos ;). Vou garantir que ela não se separa. Então, em quais disciplinas vou passar?

1. Formalize a situação usando a lógica proposicional.
2. Descubra se o aluno passou ou não passou nas outras disciplinas: Acha um modelo, i.e. uma atribuição que satisfaz todas fórmulas.

Questão 3 (Semântica da lógica proposicional, 20%)

Considere as fórmulas Φ que são formadas usando as proposições p e q com a tabela de verdade

p	q	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3
f	f	v	f	f
f	v	f	v	f
v	f	f	v	v
v	v	f	f	f

Quais das seguintes afirmações são verdadeiras (v) ou falsas (f)? Observe que nessa questão não é necessário de justificar a resposta.

- | | |
|--|---|
| (a) () $\models p \rightarrow q \rightarrow \phi_1$ | (g) () Uma fórmula contingente é válida ou insatisfatível. |
| (b) () Uma fórmula insatisfatível é falsificável. | (h) () $\models (\phi_1 \wedge \phi_2) \rightarrow \phi_3$. |
| (c) () ϕ_3 é válida. | (i) () $\phi_1, \phi_2 \models \phi_3$. |
| (d) () $\phi_1 \wedge \phi_2 \equiv \phi_3$. | (j) () $p \rightarrow \phi_1 \models \phi_2 \vee \neg\phi_3$. |
| (e) () $\phi_2 \vee \phi_3$ é contingente. | |
| (f) () $\phi_1 \vee \phi_3$ é falsificável. | |

Questão 4 (Árvores de refutação, 20%)

Prove com árvores de refutação ou mostre um contra-exemplo.

- (a) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(r \rightarrow s) \vdash (q \rightarrow p) \rightarrow (s \rightarrow r)$
 (b) $\vdash (((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (((q \rightarrow s) \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)) \rightarrow r))$

Questão 5 (Dedução natural, 30%)

Prove os seguintes seqüentes usando a dedução natural *sem usar leis adicionais*.

- (a) $p \vee (q \wedge \neg q) \dashv\vdash p$
 (b) $\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg p \vee \neg q) \vdash p$
 (c) $p \rightarrow q, \neg(q \wedge r) \vee p, \neg(r \wedge p) \vdash (q \rightarrow \neg r) \wedge (p \rightarrow q)$