

Nome:  
Cartão:

## Prova 2

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

### Questão 1 (Modelagem)

(2pt) Suponhe um universo de discurso que contém os estados brasileiros e os seus capitais. Modela as seguintes afirmações na lógica de predicados: Acha funções e predicados adequados e da uma fórmula para cada afirmação.

- (a) Cada estado tem uma capital.
- (b) Estados diferentes tem capitais diferentes.
- (c) Todos os estados tem uma fronteira comum com ao menos um outro estado.
- (d) Nenhum estado tem uma fronteira consigo mesmo.

### Questão 2 (Modelos)

(2pt) Suponha uma lógica de predicados com um conjunto de funções  $\mathcal{F} = \{o, p\}$  (ambas de aridade 1) e um conjunto de predicados  $\mathcal{P} = \{P, E, A\}$  (com  $A$  e  $E$  predicados de aridade 1, e  $P$  de aridade 2) e um modelo  $\mathcal{M}$ , tal que

- $U = \{a, b, c, q, r, s, t, u\}$
- $E^{\mathcal{M}} = \{a, b, c\}$
- $A^{\mathcal{M}} = \{q, r, s, t\}$
- $P^{\mathcal{M}} = \{(a, q), (a, r), (a, s), (b, s), (c, q), (c, t)\}$
- $p^{\mathcal{M}} = \{q \mapsto a, r \mapsto a, s \mapsto b, t \mapsto c, a \mapsto u, b \mapsto u, c \mapsto u, u \mapsto u\}$
- $o^{\mathcal{M}} = \{a \mapsto c, c \mapsto b, b \mapsto b, q \mapsto u, r \mapsto u, s \mapsto u, t \mapsto u, u \mapsto u\}$ .

Quais afirmações são verdadeiras (v), quais falsas (f)?

- (a) ( )  $\mathcal{M} \models \exists x(E(x) \wedge \exists y(A(y) \wedge P(x, y) \wedge P(o(x), y)))$
- (b) ( )  $\mathcal{M} \models \exists x(E(x) \wedge (\forall y A(y) \rightarrow P(x, y)))$
- (c) ( )  $\mathcal{M} \models \forall x(E(x) \rightarrow \exists y p(y) = x)$
- (d) ( )  $\mathcal{M} \models \forall x((E(x) \wedge \exists y(A(y) \wedge p(y) = x)) \rightarrow (\exists z E(z) \wedge x = o(z)))$

### Questão 3 (Dedução natural)

(3pt) Prove os seqüentes com dedução natural.

- (a)  $\forall x(H(x) \rightarrow \neg F(x)), \exists x(R(x) \wedge H(x)) \vdash \exists x(R(x) \wedge \neg F(x))$
- (b)  $\exists x \forall y \forall z P(x, y, z) \vdash \forall y \exists x \forall z P(x, y, z)$
- (c)  $\forall x \forall y (r(x, y) = f(y, x)) \vdash \forall x \forall y \forall z (r(x, r(y, z)) = f(f(z, y), x))$

### Questão 4 (Árvores de refutação)

(3pt) Prove os seqüentes com árvores de refutação:

- (a)  $\vdash \forall x \forall y ((\forall z f(x, z) = z \wedge \forall z f(z, y) = z) \rightarrow (x = y))$
- (b)  $\neg \exists x F(x), \neg \exists x \neg G(x), \forall x (G(x) \rightarrow (F(x) \vee H(x))) \vdash \forall x H(x)$
- (c)  $\forall x \exists y P(x, y), \exists y \forall x R(y, x) \vdash \exists y \exists z R(y, y) \wedge P(y, z)$