

Nome:
Cartão:

Prova 2

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

Questão 0.1 (Formalização com lógica de predicados, 2pt)

Suponhe um universo de poltronas, sofás, mesas etc. Modela os seguintes afirmações na lógica de predicados: Acha funções e predicados adequadas e da uma fórmula para cada afirmação.

- Uma poltrona não é um sofa, e um sofa não é uma poltrona.
- Poltronas são mais baratos que sofás.
- Tem poltronas que são mais caras que qualquer mesas.
- Existem mesas que combinam com todas sofás ou que combinam com todas poltronas.
- Existem conjuntos de um sofa e uma poltrona com quais nenhuma mesa combina.

Questão 0.2 (Modelos, 2pt)

Suponhe uma lógica de predicados com um conjunto de funções $\mathcal{F} = \{c\}$ (c com aridade 1) e um conjunto de predicados $\mathcal{P} = \{A\}$ (com A um predicado de aridade 2). Acha *uma* interpretação na qual todas seguintes afirmações são corretos

- $\forall x \forall y A(x, y) \rightarrow A(y, x)$
- $\forall x \forall y A(x, y) \rightarrow \neg(c(x) = c(y))$
- $\forall x \exists y A(x, y)$

Questão 0.3 (Árvores de refutação, 2pt)

Usando árvores de refutação decide a validade dos seguintes seqüentes. Para cada seqüente, mostre o seu validade ou um contra-exemplo.

- $\exists x A(x) \wedge \neg B(x), \forall x C(x) \rightarrow B(x) \vdash \exists x C(x) \wedge \neg A(x)$
- $\forall x A(x) \rightarrow (B(x) \vee C(x)), \forall x B(x) \rightarrow (C(x) \wedge D(x)) \vdash \forall x A(x) \rightarrow D(x)$

Questão 0.4 (Dedução natural, 4pt)

Usando dedução natural, prove a validade das seguintes seqüentes:

- $\forall x P(x) \rightarrow Q(x), \forall x R(x) \rightarrow P(x) \vdash \forall x R(x) \rightarrow Q(x)$
- $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x), \exists x P(x) \wedge R(x) \vdash \exists x R(x) \wedge \neg Q(x)$
- $\exists x A(x) \vee B(x), (\exists x A(x)) \rightarrow (\forall x C(x) \rightarrow B(x)), \exists x C(x) \vdash \exists x B(x)$
- $\forall x B(x) \rightarrow C(x) \wedge D(x) \vdash (\forall x A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow D(x))$