

Nome:
Cartão:

Prova 2

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

Questão 0.1 (Formulação, 3pt)

Formula na lógica de predicados. Usa a estrutura mais detalhada possível.

- (a) Não todos estudantes sabem negar afirmações.
- (b) Entre dois estudantes ao menos um sabe negar afirmações.
- (c) Entre três estudantes no máximo um não sabe negar afirmações.
- (d) Se um estudante não sabe negar afirmações ele conhece um estudante que sabe negar afirmações.
- (e) Não todos estudantes que sabem negar afirmações conhecem um estudante que não sabe negar afirmações.
- (f) Não é o caso que tem estudantes que não conhecem um outro estudante e sabem negar afirmações e tem estudantes que não conhecem um outro estudante e não sabem negar afirmações.

Questão 0.2 (Modelos, 3pt)

Prove ou mostre um contra-exemplo.

- (a) φ é satisfatível se e somente se $\neg\varphi$ não é uma tautologia.
- (b) $\varphi_1 \models \varphi_2$ se e somente se $\varphi_1 \wedge \neg\varphi_2$ é insatisfatível.

Questão 0.3 (Árvores de refutação, 1.5pt)

Prove ou mostra um contra-exemplo.

$$\vdash \neg((\forall x \forall y \forall z (P(x, z) \rightarrow P(y, z)) \rightarrow Q(x, y)) \wedge \neg \exists y \forall x Q(x, x) \vee R(y)).$$

Questão 0.4 (Dedução natural, 4.5pt)

Prove com dedução natural sem usar leis adicionais.

- (a) $\forall x P(a, x, x), \forall x \forall y \forall z P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z)) \vdash \exists z P(f(a), z, f(f(a)))$
- (b) $\forall x \forall y \forall z S(x, y) \wedge S(y, z) \rightarrow S(x, z), \forall x \neg S(x, x) \vdash \forall x \forall y S(x, y) \rightarrow \neg S(y, x)$
- (c) $\vdash \exists y (\forall x P(x)) \rightarrow P(y)$