

Nome:  
Cartão:

## Prova de recuperação

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.

### Questão 0.1 (Formalização com lógica de predicados, 3pt)

Vamos analisar módulos de software e seus dependências. Acha funções e predicados adequados e dá uma sentença (fórmula fechada) para cada afirmação.

- (a) Não existe módulo sem bug.
- (b) Se um módulo tem um bug, todos módulos dependentes também.
- (c) Existe um módulo sem bug, e um módulo que depende desse módulo, que não tem bug.
- (d) Existem módulos com dependências mutuais.
- (e) Existe um módulo que não depende de nenhum outro módulo e existe um módulo do qual nenhum outro módulo depende.
- (f) É impossível que todos os módulos que dependem de um módulo com bug sejam sem bug.

### Questão 0.2 (Modelos, 2pt)

Suponha uma lógica de predicados com um conjunto de funções  $\mathcal{F} = \emptyset$  e um conjunto de predicados  $\mathcal{P} = \{P, D, M, L\}$  (com  $P$  e  $D$  predicados de aridade 1, e  $M$  e  $L$  de aridade 2) e um modelo  $\mathcal{M}$ , tal que

- $U = \{m, a_0, l_0, l_1, l_2, s, a_1\}$
- $P^{\mathcal{M}} = \{m, a_0, l_0, l_1\}$
- $D^{\mathcal{M}} = \{l_2, s, a_1\}$
- $M^{\mathcal{M}} = \{(s, l_2), (a_1, l_2)\}$
- $L^{\mathcal{M}} = \{(m, l_2), (m, s), (m, a_1), (l_0, a_1), (l_1, l_2), (a_0, l_2), (a_0, s)\}$

Quais das seguintes afirmações são verdadeiras (v) ou falsas (f)?

- (a) ( )  $\mathcal{M} \models \forall x P(x) \rightarrow \exists y D(y) \wedge L(x, y)$
- (b) ( )  $\mathcal{M} \models \forall x P(x) \rightarrow \exists y \exists z \neg(y = z) \wedge D(y) \wedge D(z) \wedge L(x, y) \wedge L(x, z)$
- (c) ( )  $\mathcal{M} \models \exists x D(x) \wedge \forall y D(y) \rightarrow M(y, x)$
- (d) ( )  $\mathcal{M} \models \forall x P(x) \rightarrow \exists y D(y) \wedge P(x, y) \wedge \exists z D(z) \wedge M(z, y)$

### Questão 0.3 (Árvores de refutação, 2pt)

Usando árvores de refutação decida a validade dos seguintes seqüentes. Para cada seqüente, mostre o seu valor ou um contra-exemplo.

- (a)  $(p \wedge q) \vee (r \wedge p), p \rightarrow (s \wedge t) \vdash t$
- (b)  $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \vee (\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \vdash ((\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x))) \vee (\neg(\forall x P(x)) \wedge \neg(\forall x Q(x)))$

### Questão 0.4 (Dedução natural, 3pt)

Usando dedução natural, prove a validade das seguintes seqüentes:

- (a)  $\neg(p \vee q), \neg q \rightarrow (p \vee r), (s \vee r) \rightarrow \neg t \vdash \neg(p \vee t)$
- (b)  $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x), \forall x R(x) \rightarrow P(x), \exists x R(x) \vdash \exists x R(x) \wedge \neg Q(x)$
- (c)  $\forall x \forall y P(x, y) \rightarrow (Q(x) \wedge R(y)), \forall x \forall y (Q(x) \vee S(y)) \rightarrow \neg P(x, y) \vdash \neg \exists x \exists y P(x, y)$